

intollerabili circonlocuzioni" (99).

Chandler Davis non "crede" al teorema di Heine-Borel, ma valorizza la teoria di variabile complessa, ha un vecchio amico nello spazio di Hilbert L^2 anche se non tutti i suoi elementi possono identificarsi con funzioni. Crede ai reali non-standard, come crede alle derivate fatte, in molte teorie fisiche rispettabili, rispetto ad una variabile discreta, ma esita davanti alla loro fondazione sui modelli logici (100).

- Abbiamo assistito in questo caso ad una esplicita chiamata alla ribalta dell'ideologia che è presente - come sempre - anche in tutte le altre posizioni, ma che veniva smentita e mascherata, o trattata con un po' di vergogna. Anche quando viene rivendicata esplicitamente come da Robinson essa ricopre un ruolo non preponderante rispetto alla trattazione matematica tecnica. In questo lavoro di Davis invece le categorie sono esplicitamente filosofiche - idealismo, platonismo, materialismo - ed il programma viene proposto esplicitamente in rapporto ad esse. E' della maggiore importanza notare infine come anche questo nostro matematico "materialista" non esiti a far pesare il suo punto di vista ideologico su teoremi e su teorie matematiche particolari trasformandolo in giudizio di valore.

Il ruolo della storia nella critica all'assetto assiomatico-formale delle matematiche.

Nella nostra analisi dei diversi punti di vista abbiamo cominciato dalle posizioni dei matematici attivi perché in genere si pensa-erroneamente- che nelle questioni scientifiche la dissidenza possa essere al più metafisica (questa volta nel senso positivistico e spregiativo del termine), filosofica e legata solo a qualche personale sogno programmatico. Ma si intende che lo spettro va allargato anche alle posizioni di chi matematico attivo non è prevalentemente o non è affatto. Si perde spesso il riferimento alla pratica

(99) Ibidem p. 59-60,62

(100) Ibidem p. 60,62,63.

della ricerca, ma in compenso gli storici ed i filosofi sono per mestiere più espliciti ed amanti delle analisi generali.

Una delle critiche più profonde e motivate all'immagine assiomatico-formale delle matematiche con particolare riferimento alla deformazione didattica della New Math, è quella portata dal poliedrico M. Kline (topologo, fisico, storico, filosofo, pedagogo).

Prima di tutto la matematica è essenzialmente una attività creativa, e questo richiede immaginazione, intuizione geometrica, sperimentazione, giudizioso congetturare; tentativi ed errori, l'uso delle analogie più vaghe... Creatività presuppone flessibilità nel risolvere i problemi ed ogni idea proveniente da ogni dominio della matematica dovrebbe essere accettata eada o meno entro i confini di una particolare struttura assiomatica. L'ultima di fatto opera come un vestito stretto per la mente (101).

La logica o distorce la matematica o viene dopo.

I concetti, i teoremi, le dimostrazioni emergono dal mondo reale. Sono gli usi ai quali la matematica è sottoposta che ci dicono cosa è giusto ... Dopo avere determinato sulla base degli usi quali proprietà le operazioni ed i concetti matematici devono avere si inventa allora una struttura logica... La logica non stabilisce il contenuto della matematica. Gli usi determinano la struttura logica... Lo sviluppo deduttivo di una branca della matematica è spesso così artificiale da risultare senza senso(102).

- I criteri di verità e di rigore sono relativi.

Non esiste una dimostrazione dal rigore conclusivo. Questo fatto deriva da modo reale in cui la matematica si sviluppa... Non esistono problemi risolti, ci sono solo problemi che sono risolti più o meno. La matematica è corretta come lo sono gli esseri umani e gli uomini sono fallibili(103).

(101) Kline 1970 p. 271

(102) Ibidem p. 272

(103) Ibidem p. 279

Se questa è la matematica, come si definisce nel suo sviluppo e nei suoi metodi, l'errore dei fautori della "matematica moderna" è duplice: si dà una immagine falsa della matematica e se ne complica enormemente l'apprendimento. Non solo l'approccio euristico intuitivo risulta il più efficace per l'apprendimento - essendo un approccio motivato perché legato all'esperienza concreta dello studente e perché gli permette in un certo senso di creare la matematica evitando di imparare a memoria concetti e teoremi proposti da altri - ma soprattutto è in accordo con i procedimenti di ricerca e di sviluppo delle teorie usati dai matematici nella realtà.

- Qui la storia assume un ruolo centrale nell'argomentazione in quanto si può verificare nei fatti come si sono comportati i matematici del passato e quali procedure seguivano, se euristiche o deduttive. Si verifica infatti nella storia come muta il rigore matematico e quale ruolo nell'evoluzione hanno avuto le applicazioni e le richieste fisiche rispetto ai procedimenti assiomatici e formali. Le analisi storiche acquistano allora un peso sostanziale e non sono la valorizzazione pubblicitaria del proprio mestiere, come non lo erano i riferimenti storici presenti negli eretici fin qui analizzati. Si intende che sono concezioni della storia per molti versi apposte a quella bourbakista perché attente e sensibili ai rapporti tra la matematica e le altre scienze, tra la matematica e la cultura generale, tra la matematica e l'ambiente sociale. E' per tale ragione che si provano riferimenti a matematici come F. Klein, H. Poincaré e H. Weyl, per citare solo i più recenti, in quanto portatori di concezioni matematiche non assiomatico-formalistiche.

Il grosso impegno nel settore storico di M. Kline, teso a collocare le matematiche in un contesto culturale più ampio di quello scientifico ed a fare risaltare il ruolo ricoperto dalle scienze sperimentali nella loro evoluzione, rafforza grandemente le sue critiche alla "matematica moder-

na" (104).

La storia assume allora un ruolo discriminante tra ideologie matematiche diverse. Il matematico "moderno", così prigioniero del proprio specialismo, non si occupa di storia e la ritiene irrilevante: i problemi si pongono e si risolvono tenendo conto solo dello stato presente della ricerca. Se ci si occupa di storia - facendo naturalmente l'apologia della situazione esistente - si fa un altro mestiere la cui utilità per la ricerca attiva è dubbia od al massimo casuale, bene che vada è una disciplina tra tante. Ma le cose stanno forse peggio perché gli insegnamenti universitari di storia delle matematiche sono tra i più scarsi. Questo capita probabilmente in tutti i paesi del mondo: dall'Italia (gli incarichi si contano su una mano, di cattedre ce n'è una sola) agli USA in cui su una scelta di 11 Università di vario livello e tipo (private o di stato) solo 4 offrono corsi storici (ma 2 sono di mezzo semestre) e solo sulla matematica antica e preinfinitesimale. "Nessuna menzione qualche corso sulla storia della matematica moderna" (105).

- Solo un'ideologia attinente ad un programma complessivo come quella bourbakista dà una funzione all'analisi storica, come abbiamo visto, ma è proprio la parte che più viene criticata in genere dal matematico attivo. (Il rapporto tra ricerca matematica e storia dipende dunque da ciò che si intende per l'una e per l'altra. Se con la prima si intende la pura dimostrazione di teoremi di un ben definito settore, senza inquadramento generale del problema o visione complessiva, senza giustificazioni di sorta nell'uso od in un programma, senza preoccupazioni didattiche, mentre con la seconda si intendono gli aneddoti, le biografie, le querelles sulla priorità, il ritrovamento di vecchie lettere arrivando al massimo a Leibniz, senza una profondità culturale o sociale, una storia cioè come elenco lineare di effetti senza cause e senza scelte, è sicuro che l'unico rapporto possibile sarà quello me-

(104) Kline 1953 e 1972

(105) Wilder 1972 p. 479-480.

ta-accademico tra due corporazioni. La prima è allora, giustamente per la questione sostanziale del rapporto col mercato, di gran lunga la più forte.

- Se al contrario si ha "una visione ampia della matematica come organismo vivente in crescita che si evolve continuamente" (e quindi si dovrebbe studiarla "come una cultura"), se

ciò di cui si ha bisogno è qualcosa di realmente vicino agli interessi di ognuno... Ciò non dovrebbe solo allargare il proprio punto di vista mostrando il posto della matematica nella propria cultura, ma dovrebbe informarlo dove la sua specialità si raccorda con lo schema generale della matematica, come in primo luogo nacque e dovrebbe dargli i mezzi per giudicare dove probabilmente sta andando.

La storia sarebbe allora in grado di

fornire principalmente gli stadi del processo evolucionaristico... la dinamica dei processi: cioè quelle fasi che furono gli strumenti di produzione degli stadi (106).

Quando lo storico riesce a fare questo assume una funzione significativa ed indispensabile sia per la ricerca che per la didattica.

- Analizzando ad esempio come sono mutati gli standard di rigore in analisi ci si può convincere che

La matematica cresce in due modi; non solo per incrementi successivi, ma anche per rivoluzioni occasionali... La matematica non è l'unica scienza senza rivoluzioni. Piuttosto, la matematica è quell'area dell'attività umana che ha ad un tempo le rivoluzioni meno distruttive e quelle più importanti (107).

(106) Ibidem p. 483,482,487. Wilder si accorge ovviamente che può essere accusato di "contrastare il platonismo" ed asserisce che una teoria storica applicata a delle teorie matematiche "non prende posizione sulla loro cosiddetta 'verità'". Affermazione che indebolisce di molto la sua argomentazione e che va contestata nettamente alla luce della presente analisi.

(107) Grabiner 1974 p. 364

Non si dà dunque nessun progresso lineare verso le "strutture" e nessuna garanzia assoluta di rigore può essere fornita da un sistema assiomatico-formale.

Cosa si deve sostituire allora a tali certezze storiografiche quando esse si rivelano infondate? " La nuova matematica nacque in rapporto specifico con la produzione"⁽¹⁰⁸⁾. E questa posizione storica va di pari passo con la rivalutazione della matematica applicata (anche rispetto alla didattica).

... le applicazioni della matematica come la meccanica newtoniana, fanno parte della nostra tradizione culturale e dell'attività umana della matematica. Imparare il calcolo infinitesimale senza capire cosa indusse al suo sviluppo e come veniva usato da Newton ed altri, è come imparare a suonare le scale sul pianoforte senza che ci sia mostrata alcuna composizione (109).

Alcune filosofie nella matematica non-deduttivistiche: Heyting, Kalmar Lakatos.

Accanto all'affermazione di Dieudonné che la matematica è fatta "di simboli privati di significato" abbiamo visto come altri abbiano rivendicato vigorosamente un suo rapporto con "la pratica", sia come criterio di "esistenza" sia come criterio di "sviluppo".

Dopo il tentativo di Russell di ridurre la matematica alla logica e dopo il formalismo di Hilbert che la confina ai "segni sulla carta" i filosofi di professione si sono dimostrati di gran lunga più sensibili alla prima posizione. Tanto che dentro i temi di filosofia della matematica si rischia di trovare solo più la logica matematica, uno dei tanti retaggi del neopositivismo che varrebbe la pena riuscire a scrollarsi di dosso e che a causa della sua diffusione non è neanche il caso di richiamare nella nostra analisi.

(108) Hodgkin 1976 p. 53

(109) Griffiths & Howson 1974 p. 287.