

Indice

Prefazione	vii
Capitolo 1. Calcolo differenziale nello spazio euclideo	1
1.1. Curve parametrizzate regolari	1
1.2. Lunghezza di un arco di curva e ascissa curvilinea	7
1.3. Campi vettoriali e derivazione nello spazio euclideo	11
1.4. Il differenziale (di un'isometria)	18
1.5. Orientazione e prodotto vettoriale	25
1.6. Campi vettoriali lungo curve	28
Capitolo 2. Geometria differenziale delle curve di \mathbb{R}^3	35
2.1. Apparato di Frenet	35
2.2. Apparato di Frenet per curve a velocità arbitraria	45
2.3. Curvatura (con segno) di curve piane	47
2.4. Eliche circolari	53
2.5. Eliche cilindriche	55
2.6. Il campo vettoriale di Darboux	64
2.7. Il teorema fondamentale sulle curve	67
2.8. Curve magnetiche	76
2.9. Curve magnetiche di Killing	82
Capitolo 3. Superfici regolari di \mathbb{R}^3	87
3.1. Definizione, osservazioni ed esempi	87
3.2. Superfici quadriche	97
3.3. Funzioni differenziabili su superfici	106
3.4. Curve su una superficie	111
3.5. Piano tangente a una superficie	113
3.6. Differenziale e derivata direzionale	117
3.7. Prima forma fondamentale	121
3.8. Area	126
3.9. Superfici orientabili	128
3.10. Struttura complessa e 2-forma d'area	133
Capitolo 4. Operatore forma e curvatures di una superficie	141
4.1. L'operatore forma e la seconda forma fondamentale	141
4.2. I simboli di Christoffel	146
4.3. Curvature principali, curvatura di Gauss e curvatura media	148

4.4.	Superfici minimali	156
4.5.	Curvatura normale	159
4.6.	L'applicazione di Gauss	166
4.7.	Approssimazione quadratica di una superficie	168
4.8.	Qualche teorema globale sulle superfici	172
4.9.	La pseudo-sfera di Beltrami	175
Capitolo 5. Geometria intrinseca delle superfici		181
5.1.	Distanza intrinseca	181
5.2.	Superfici isometriche e il Teorema egregium di Gauss	184
5.3.	Superfici congruenti	195
5.4.	Derivata covariante e curve geodetiche	198
5.5.	La connessione di Levi-Civita delle superfici	207
5.6.	Gradiente, divergenza e l'operatore di Laplace-Beltrami	209
5.7.	Curvatura gaussiana e tensore di curvatura	215
5.8.	Esempi di curve geodetiche	220
5.9.	Geodetiche e curve minimali	229
5.10.	Energia di una curva	235
5.11.	Curve magnetiche su superfici orientabili	241
Capitolo 6. Geometria iperbolica		249
6.1.	Domini riemanniani e varietà riemanniane	249
6.2.	Isometrie del semipiano di Poincaré	254
6.3.	Le geodetiche del semipiano di Poincaré	260
6.4.	La distanza nel semipiano di Poincaré	265
6.5.	L'iperboloide e il modello di Poincaré nel disco	267
Capitolo 7. Il Teorema di Gauss-Bonnet		273
7.1.	Il Teorema locale di Gauss-Bonnet	273
7.2.	Il Teorema globale di Gauss-Bonnet	280
7.3.	Applicazioni del Teorema di Gauss-Bonnet	285
Capitolo 8. Il Teorema di Lancret sulla sfera \mathbb{S}^3		291
8.1.	Apparato di Frenet per curve di \mathbb{S}^3	291
8.2.	Eliche generalizzate e Teorema di Lancret sulla sfera \mathbb{S}^3	294
8.3.	Modelli di eliche sulla sfera \mathbb{S}^3	299
Bibliografia		305
Indice analitico		307