

Indice

1	Elementi della Teoria della Misura	1
1.1	Tribú	1
1.2	Richiami di probabilità elementare	3
1.3	Probabilità e misura	5
1.4	Successioni di insiemi	7
1.5	Misure	8
1.6	Estensione di misure	12
1.7	Le misure di Borel–Stieltjes	20
1.8	Funzioni semplici e funzioni misurabili	22
1.9	La definizione dell’integrale	28
1.10	Proprietà dell’integrale	31
1.11	Misura immagine	36
1.12	Vocabolario	38
1.13	Gli spazi L^p	39
1.14	Misure definite da una densità	43
1.15	Misura prodotto	47
1.16	Completamento di misure	54
1.17	Appendice	55
1.18	Note al Capitolo 1	57
1.19	Esercizi sul Capitolo 1	61
2	La Convergenza Stocastica	69
2.1	I lemmi di Borel–Cantelli	69
2.2	Varî tipi di convergenza stocastica	73
2.3	La convergenza completa	82
2.4	Le convergenze vaga e stretta	87
2.5	Metriche	95
2.6	Altri tipi di convergenza per v.a.	99
2.7	Note al Capitolo 2	100
2.8	Esercizi sul Capitolo 2	102
3	Funzioni caratteristiche	117
3.1	Definizioni e proprietà elementari	117
3.2	La formula d’inversione	119
3.3	Funzioni caratteristiche notevoli	122
3.4	Funzioni caratteristiche e momenti	127
3.5	Funzioni caratteristiche e indipendenza	130

3.6	Il teorema di continuità	133
3.7	Individuazione delle f.c.	136
3.8	Funzione caratteristica di un vettore aleatorio	140
3.9	Note al Capitolo 3	142
3.10	Esercizi sul Capitolo 3	142
4	Teoremi Limite	153
4.1	TLC: condizioni sufficienti	153
4.2	TLC: condizioni necessarie	161
4.3	LGN: leggi deboli	167
4.4	LGN: leggi forti	170
4.5	Un'applicazione della LGN	180
4.6	Note al Capitolo 4	183
4.7	Esercizi sul Capitolo 4	184
5	Le Speranze Condizionate	195
5.1	La definizione	195
5.2	Leggi condizionate	196
5.3	Proprietà delle speranze condizionate	201
5.4	Distribuzioni condizionate regolari	208
5.5	Note al Capitolo 5	210
5.6	Esercizi sul Capitolo 5	211
6	Introduzione alle Martingale	215
6.1	Definizione ed esempi	215
6.2	Tempi d'arresto	221
6.3	Martingale e tempi d'arresto	224
6.4	Integrabilità uniforme	230
6.5	Convergenza delle martingale	235
6.6	Le martingale rovesciate	244
6.7	Applicazioni	245
6.7.1	Il teorema di Radon–Nikodym.	245
6.7.2	Legge 0–1 di Kolmogorov	247
6.7.3	Convergenza di serie di v.a..	247
6.7.4	Le LGN forti	250
6.7.5	Variabili scambiabili e il teorema di De Finetti	253
6.7.6	La rovina del giocatore	255
6.7.7	L'urna di Pólya	258
6.8	Il teorema di Burkholder	259
6.9	Note al Capitolo 6	264
6.10	Esercizi sul Capitolo 6	266