

$$(15) \quad L_n \cong \frac{f \cdot (1+r_i)}{(1-y)(1+r_i) - f \cdot (1+r_i)} y(1-c)I_0 [(1-y)(1+r_i)]^n$$

Può essere interessante un esempio numerico che illustri come in effetti il capitale legale cresca non tanto per il tasso legale, quanto per l'effetto del tasso illegale.

Supponiamo che sia:

$$r_l = 10\%, \quad r_i = 70\%, \quad I_0 = 500 M, \quad y = 20\%, \quad c = 40\%, \quad f = 60\%$$

allora applicando la (15) si ha che il capitale legale dopo un periodo di 10 anni, sarà passato da zero a

$$L_{10} = \frac{(0,6 \cdot 1,1) \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 500M \cdot (0,8 \cdot 1,7)^{10}}{(0,8 \cdot 1,7 - 0,6 \cdot 1,1)} = 1222M$$

3. Effetto moltiplicativo di L_n al variare dei parametri

E' interessante esaminare la variazione del capitale legale al variare dei parametri in gioco: c (costo della ripulitura), I_0 (capitale illegale al tempo 0), r_i (rendimento atteso dell'attività illegale), y (parte del capitale illegale che si vuole ripulire).

L'ammontare di capitale legale sarà tanto **maggiore** :

- quanto **minore** è il costo c della ripulitura (ossia, è decrescente all'aumentare di c);

c compare in R_0 quindi il segno di $\partial L_n / \partial c$ coincide con quello di $\partial R_0 / \partial c = -y I_0 < 0$ quindi

$$\partial L_n / \partial c < 0$$

- quanto **maggiore** è l'ammontare di capitale iniziale frutto dell'attività economica illegale (è crescente rispetto a I_0);

anche qui I_0 compare solo in R_0 quindi il segno di $\partial L_n / \partial I_0$ coinciderà con quello di

$\partial R_0 / \partial I_0 = y(1-c) > 0$ quindi

$$\partial L_n / \partial I_0 > 0$$

- quanto **maggiore** è il rendimento atteso dall'attività illegale (è crescente rispetto a r_i)

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_n}{\partial r_i} &= \\ &= rR_0 \frac{[ns^{n-1}(1-y)(s-r) - (1-y)(s^n - r^n)]}{(s-r)^2} = \\ &= rR_0 \frac{[ns^{n-1}(1-y)(s-r) - (1-y)s^n + (1-y)r^n]}{(s-r)^2} = \\ &= rR_0 \frac{\{s^{n-1}(1-y)[n(s-r) - s] + (1-y)r^n\}}{(s-r)^2} = \end{aligned}$$

il segno dipenderà da $[n(s-r) - s]$ che è sicuramente maggiore di zero al crescere di n (basta che sia $n > \frac{s}{(s-r)}$)

- quanto **minore** è la quota del volume iniziale di proventi illegali che richiede la ripulitura (ossia, è decrescente rispetto a y); ciò è dovuto al fatto che i maggiori profitti vengono pur sempre dal mercato illegale. Proviamolo. Ricordiamo che:

(*)

$$L_n = rR_0 \frac{(s^n - r^n)}{(s-r)} = rR_0 s^{n-1} \frac{1 - \frac{r^n}{s^n}}{1 - \frac{r}{s}}$$

Supponendo sempre che sia $s > r$, possiamo scrivere la (*), trascurando $(r/s)^n$ perché molto piccolo:

$$L_n = rR_0 \frac{s^{n-1}}{1 - \frac{r}{s}} = rR_0 \frac{s^{n-1}}{(s-r)} = rR_0 \frac{s^n}{(s-r)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_n}{\partial y} &= \\ &= r \left\{ (1-c)I_0 \frac{s^n}{s-r} - \left[\frac{[(n-1)s - nr](1+r_i)s^{n-1}}{(s-r)^2} \right] R_0 \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= r(1-c)I_0 \left\{ \frac{s^n}{s-r} - y \left[\frac{[(n-1)s - nr]s^{n-1}(1+r_i)}{(s-r)^2} \right] \right\} = \\
&= r(1-c)I_0 \left\{ \frac{s^n - yns^{n-1}(1+r_i)}{(s-r)} + \frac{y(1+r_i)s^n}{(s-r)^2} \right\} = \\
&= r(1-c)I_0 \left\{ \frac{s^{n-1}[s - yn(1+r_i)]}{(s-r)} + \frac{y(1+r_i)s^n}{(s-r)^2} \right\} = \\
&= r(1-c)I_0 \left\{ \frac{[(1-y) - yn]}{s-r} + \frac{ys}{(s-r)^2} \right\} s^{n-1}(1+r_i) = \\
&= r(1-c)I_0 \{ [(1-y) - yn](s-r) + ys \} \frac{s^{n-1}}{(s-r)^2} (1+r_i) = \\
&= r(1-c)I_0 \{ [1 - (n+1)y](s-r) + ys \} \frac{s^{n-1}}{(s-r)^2} (1+r_i) =
\end{aligned}$$

Il termine all'interno delle parentesi graffe, per n sufficientemente grande è sicuramente negativo, essendo $s > r$. Pertanto concludiamo che

$$\frac{\partial L_n}{\partial y} < 0$$

per n abbastanza grande.