

Bobina di Rogowski lineare

V. Nassisi, D. Delle Side, F. Paladini

Università del Salento, Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi", Laboratorio di Elettronica Applicata e Strumentazione and I.N.F.N. sect. of Lecce, C.P. 193, 73100 Lecce, Italy vincenzo.nassisi@le.infn.it

Abstract

Oggi, lo sviluppo e l'uso di impulsi sempre più veloci richiedono sistemi sofisticati per diagnosticarli. La bobina di Rogowski è un dispositivo ben conosciuto, sviluppato per la diagnostica di impulsi di corrente in sistemi a configurazione cilindrica, infatti è conosciuta anche come toro di Rogowski. Recentemente, stanno avendo sempre più successo esperimenti di radiofrequenza per stimolazioni biofisiche con l'uso di linee di trasmissione piane. Così, è stato necessario sviluppare bobine di Rogowski lineari per rilevare impulsi di corrente in conduttori piatti. Simili sistemi sono anche applicabili agli acceleratori di particelle di struttura lineare. In questo lavoro si analizza una bobina di Rogowski lineare e si studia l'influenza della sua resistività come pure quella del nucleo magnetico. Il dispositivo sviluppato è in grado di registrare impulsi lunghi alcune centinaia di ns e con tempi di salita di circa 500 ps. Il coefficiente di attenuazione dipende principalmente dal numero di spire che compongono la bobina e dalle approssimazioni fatte sul campo magnetico, negli esperimenti condotti risulta pari a 1300 A/V.

Introduzione

La questione della diagnostica degli impulsi veloci è un argomento che si potrebbe definire sempre più attuale. La bobina di Rogowski è un rilevatore di corrente elettrica variabile ben noto da più di un secolo [1] ed è ancora oggi molto attuale nello sviluppo e l'impiego di impulsi veloci in molte applicazioni. Questo dispositivo è stato sviluppato per monitorare la corrente variabile in un conduttore cilindrico, che così genera un campo magnetico intorno al suo asse. In linea di principio, la tensione fornita dalla bobina è proporzionale alla derivata della corrente e al fine di ottenere informazioni

circa la corrente elettrica originale, viene applicato un circuito integratore [2]. Per segnali di alta frequenza, la risposta potrebbe essere auto-integrata qualora la resistenza R_c su cui è chiusa la bobina è tale da risultare $\tau \ll L_c/R_c$, con τ la durata dell'impulso da diagnostica ed L_c l'induttanza della bobina.

Nella pratica, il comportamento del sistema è più complesso per il fatto che la bobina è protetta da un contenitore metallico per evitare segnali parassiti e il suo comportamento è paragonabile, non più ad un semplice solenoide, bensì ad una linea di trasmissione.

Il comportamento di una bobina di Rogowski, toroidale, come una linea di

trasmissione è stato analizzato da alcuni autori [3, 5]. Sotto alcune restrizioni, la sua risposta non è molto diversa da quella estratta dal dispositivo considerato come un semplice circuito elettrico, ma la modifica concettuale permette di giustificare il suo comportamento per impulsi veloci e grandi dimensioni del rivelatore. La sua utilità oggi è molto importante poiché permette di controllare la corrente in linee di trasmissione piatte utilizzate come stress di radiofrequenza per esperimenti di biofisica [6], nonché in acceleratori di particelle che forniscono fasci con spot lineare.

Teoria

La teoria della bobina Rogowski si sviluppa utilizzando chiaramente le principali leggi dell'elettromagnetismo. Questo dispositivo è essenzialmente costituito da elementi induttivi, capacitivi e resistivi, concentrati o distribuiti.

Bobina di Rogowski a elementi concentrati

La teoria della bobina di Rogowski si basa sulla legge di Ampère, che permette di conoscere il campo magnetico generato da una corrente, e sulla legge di Faraday che fornisce informazioni sul campo elettrico dalla derivata della corrente presente esclusivamente in un conduttore. Più in dettaglio, una corrente in un filo piuttosto lungo e abbastanza dritto genera un campo magnetico attorno ad esso, la cui intensità dipende dalla distanza r dal filo, oltre che dalla corrente. La Figura 1 mostra uno schizzo del sistema.

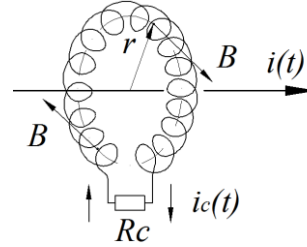


Fig. 1: Circuito elettrico di una bobina di Rogowski toroidale con una corrente al centro.

Considerando la corrente al centro della bobina, la risposta si trova applicando le equazioni di Kirchoff [1, 7, 8]

$$f_0(t) = L_c \frac{di_c(t)}{dt} + R_c i_c(t) \quad (1)$$

dove la forza elettromotrice $f_0(t)$ è data dalla legge di Faraday. Questa corrisponde a

$$f_0(t) = n \frac{d\phi(t)}{dt} = n\mu_o \frac{A}{2\pi r} \frac{di(t)}{dt} \quad (2)$$

con $L_c = \mu_o n^2 A / 2\pi r$ l'induttanza della bobina, $\phi = BA$ flusso magnetico, A è l'area e $B = \mu_o i(t) / 2\pi r$ è il campo magnetico dovuto alla corrente d'ingresso. Sostituendo l'Eq. 2 nella 1 e operando la trasformata di Laplace, l'equazione che governa la corrente nella bobina è

$$pI_c(p) \frac{L_c}{n} = pL_c I(p) + R_c I(p) \quad (3)$$

dove con $I_c(p)$ e $I(p)$ indichiamo rispettivamente la trasformata di Laplace della corrente $i(t)$ e della corrente $i_c(t)$. Con n indichiamo il numero di spire della bobina e con p la variabile di Laplace. Ora, ipotizziamo un segnale d'ingresso del tipo a ginocchio, funzione di Heaviside, i.e. $i(t) = I_o u(t)$, la cui trasformata è $I_c(p) = I_o / p$. Allora l'espressione della corrente risulta

$$i_c(t) = \frac{I_o}{n} e^{-\frac{R_c}{L_c} t} \cdot u(t) \quad (4)$$

Da ciò si vede che la forma della risposta è dipendente dal valore di resistenza, mentre l'intensità dal numero di spire. Se immaginiamo che l'impulso possa avere una durata τ , allora per durate tali che $\tau \ll L_c/R_c$, la risposta può essere approssimata con

$$i_c(t) \sim \frac{I_o}{n} \cdot u(t) \quad (5a)$$

$$v_c(t) \sim \frac{I_o}{n} \cdot R_c \cdot u(t) \quad (5b)$$

Il risultato ottenuto implica che la sonda è capace anche di diagnosticare correnti variabili aventi una data frequenza. Infatti, la risposta a regime si ottiene dall'Eq. 3 sostituendo p con $j\omega$, dove j è l'unità immaginaria e ω la frequenza della corrente d'ingresso. Il coefficiente di attenuazione è

$$\frac{i_c(t)}{i(t)} = \frac{1}{n} \frac{j\omega}{j\omega + \frac{R_c}{L_c}} \quad (6)$$

Se invece si desidera avere una risposta indipendente dalla frequenza è sufficiente scegliere una frequenza tale che $\omega \gg R_c/L_c$.

È opportuno evidenziare che i risultati ottenuti non dipendono né dalla forma delle spire, né dall'area di ciascuna spira. Quanto visto però non può essere valido anche per impulsi corti ed inoltre la bobina analizzata finora deve avere una struttura toroidale con la corrente al centro.

La bobina di Rogowski può tuttavia essere sviluppata anche per correnti planari, cioè per correnti che fluiscono in conduttori piani. Questo modello è molto utile per monitorare correnti in linee piane e queste linee sono sempre più impegnate per condurre studi di stress di radiofrequenza in campioni biologici [6, 9-11]. Uno schizzo di una corrente piana è mostrato in Fig. 2. Una corrente $i(t)$ nel conduttore di larghezza a , determina una densità di corrente che chiamiamo $j(t) = i(t)/a$.

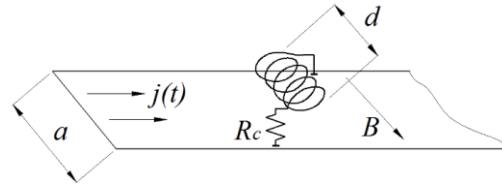


Fig. 2: Schizzo di una bobina di Rogowski applicata in un conduttore piano.

Dalla legge di Ampère il campo magnetico vicino al conduttore è

$$B(t) = \mu_o \frac{j(t)}{2} \quad (7)$$

mentre la forza elettromotrice è data dalla legge di Faraday, dove il flusso magnetico all'interno della bobina è $\phi(t)$

$$f_o(t) = n \frac{d\phi(t)}{dt} = n\mu_o \frac{A}{2} \frac{dj(t)}{dt} = n\mu_o \frac{A}{2a} \frac{di(t)}{dt} \quad (8)$$

Il circuito equivalente è ancora rappresentato per mezzo di un induttore L_c e un resistore di carico R_c , Fig. 3.

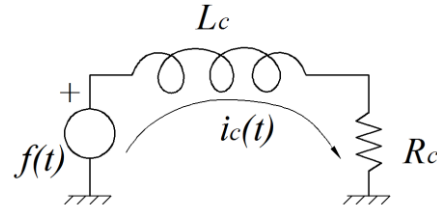


Fig. 3: Circuito elettrico di una bobina di Rogowski lineare.

Ora, per conoscere le caratteristiche della bobina ricordiamo che l'induttanza $L_c = \phi_B(i_c)/i_c$ e per la legge di Ampère $L_c = \mu_o n^2 A/d$; pertanto l'Eq. 3 diviene

$$pI_i(p) \frac{L_c d}{2n a} = pL_c I(p) + R_c I(p) \quad (9)$$

dove d è la lunghezza della bobina e ancora $I_i(p)$ è la trasformata di Laplace del segnale d'ingresso $i(t)$.

Per un impulso di corrente tipo Heaviside, la trasformata corrispondente è $I_i(p) = I_o/p$, e la forma finale dell'Eq. 9 diviene

$$I_o \frac{L_c d}{2n a} = p L_c I(p) + R_c I(p) \quad (10)$$

la cui soluzione è

$$I(p) = \frac{1}{2n a} \frac{d}{p + \frac{R_c}{L_c}} I_o \quad (11)$$

e presenta un polo in corrispondenza di $p = -R_c/L_c$. Effettuando la trasformata inversa, si ha una risposta esponenziale:

$$i_c(t) = \frac{1}{2n a} I_o e^{-\frac{R_c t}{L_c}} \quad (12)$$

ma per impulsi corti, ovvero con tempi caratteristici ben inferiori a L_c/R_c , la risposta può essere indipendente dal tempo, assumendo così una forma proporzionale alla funzione d'ingresso, i.e.

$$i_c(t) = \frac{1}{2n a} I_o \quad (13)$$

Il risultato precedente è paragonabile con quello ottenuto per la bobina toroidale espresso dall'Eq. 5, a parte il fattore di correzione $d/2a$. Ciò implica che il sistema è anche in grado di rilevare correnti ad alta frequenza. Infatti, la risposta a regime è ottenuta allo stesso modo dall'Eq. 11 sostituendo $j\omega$ con p . Il fattore di attenuazione è quindi

$$\frac{i_c(t)}{i(t)} = \frac{1}{2n a} \frac{j\omega}{j\omega + \frac{R_c}{L_c}} \quad (14)$$

È evidente che per frequenze molto alte, e.g. $\omega \gg R_c/L_c$, la risposta diviene indipendente dalla frequenza. In questo caso si ha

$$\frac{i_c(t)}{i(t)} = \frac{1}{2n a} \quad (15)$$

risultato confrontabile con quello della bobina di Rogowski ordinaria (Eq. 6).

In realtà, il circuito di Fig. 2 non è completo, in particolare manca la corrente di ritorno. Un circuito reale/effettivo è illustrato in Fig. 4 dove è presente il conduttore di ritorno che insieme al primo forma una linea di trasmissione piatta e la bobina risulta inserita fra i due conduttori.

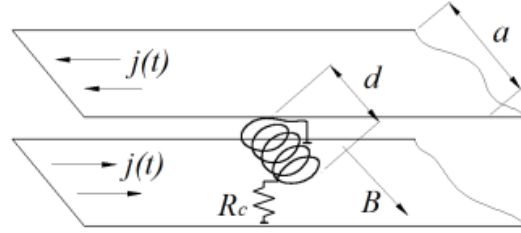


Fig. 4: Schema di una linea di trasmissione piana con la bobina di Rogowski nel mezzo.

Applicando la teoria sviluppata al circuito di Fig. 4, la risposta della bobina è solo leggermente modificata e per l'Eq. 13 abbiamo:

$$i_c(t) = \frac{1}{n a} I_o \quad (16a)$$

mentre per l'Eq. 15 abbiamo

$$\frac{i_c(t)}{i(t)} = \frac{1}{n a} \quad (16b)$$

La teoria sviluppata è corretta, ma il comportamento reale del sistema è più complesso, soprattutto se la lunghezza dell'impulso di ingresso è breve, paragonabile al tempo di propagazione dei segnali lungo la bobina. Ciò significa che se la bobina è troppo lunga, i risultati ottenuti avranno bisogno di alcune correzioni descritte nel paragrafo seguente.

Bobina di Rogowski a elementi distribuiti

Lo studio della bobina di Rogowski come circuito composto da elementi distribuiti permette di giustificare la presenza di anomalie nella risposta al segnale di input. Tali anomalie sono dovute principalmente ai difetti di fabbricazione, come la forma di ogni spira e la loro posizione. Questo implica delle differenze nella forza elettromotrice indotta in ciascuna spira, così come diverse condizioni di propagazione.

Infatti, la forza elettromotrice di tutte le spire non si sovrappone come in Fig. 3. Quindi, la risposta può esibire una sovrapposizione di segnali spuri.

Generalmente, per evitare interferenze di segnali spuri, la bobina viene racchiusa in un involucro che la schermi. Si tratta di un contenitore metallico con fessura, posto sul conduttore di massa. La fessura è realizzata operando un taglio sottile sul conduttore. La fessura cambia la direzione della corrente che avvolge la bobina inducendo sempre la stessa forza elettromotrice, vedi Fig. 5. Come accennato, la forza elettromotrice è distribuita lungo la linea e può dipendere, oltre che da t , anche dalla posizione x (con x diretta lungo l'asse della bobina). Quindi, per studiare il circuito chiamiamo $f(t, x)$ la forza elettromotrice per unità di lunghezza. Ora, la presenza del contenitore metallico introduce una capacità distribuita lungo la bobina. Sia $C(x)$ la capacità per unità di lunghezza. Anche l'induttanza della bobina è distribuita lungo il dispositivo e per unità di lunghezza è $L(x)$, così come quella del conduttore di massa, cioè $L_g(x)$. Pertanto, il dispositivo deve essere considerato ed analizzato esattamente come una linea di trasmissione.

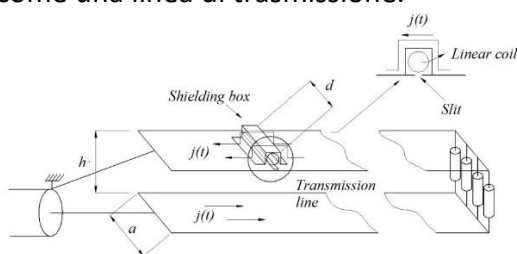


Fig. 5: Esempio di linea di trasmissione piana con una bobina di Rogowski lineare, chiusa nella scatola metallica.

Rappresentiamo la linea con un circuito elettrico composto da un numero infinito di celle. Una cella tipica è illustrata in Fig. 6 dove $f(t, x)$, $L(x)$ e $C(x)$ sono rispettivamente la tensione, l'induttanza e la capacità per unità di lunghezza. Inoltre, $L_g(x)$, $R(x)$ e $G(x)$ sono rispettivamente, l'induttanza dovuta ai conduttori della scatola, la resistenza del filo della bobina e la conduttanza dell'isolante per unità di lunghezza.

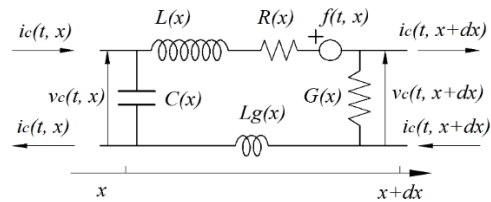


Fig. 6: Schema elettrico di una cella della bobina di Rogowski chiusa nel contenitore metallico e raffigurata mediante elementi distribuiti.

Applicando le leggi Kirchhoff, i differenziali della tensione e della corrente per ogni differenziale della posizione forniscono le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_c(t, x)}{\partial x} &= -\{Z(t, x)\}i_c(t, x) - f(t, x) \\ \frac{\partial i_c(t, x)}{\partial x} &= -\{Y(t, x)\}v_c(t, x) \end{aligned} \quad (17)$$

dove si sono indicati con $\{Z(t, x)\}$ e $\{Y(t, x)\}$ gli operatori impedenza e ammettenza del circuito per unità di lunghezza. Essi corrispondono a $\{Z\} = \left\{R + L \frac{d}{dt} + L_g \frac{d}{dt}\right\}$ e a $\{Y\} = \{G + C \int dt\}$. Successivamente, per semplificare la soluzione, la resistenza R , l'induttanza L_g e la conduttanza G sono trascurate e la linea è semplicemente rappresentata dal circuito di Fig. 7. Con questi presupposti, operando la trasformata di Laplace delle Eq. 17, l'operatore impedenza diventa $Z(p) = pL(x)$, l'ammettenza si diventa $Y(p) =$

$pC(x)$ e la forza elettromotrice si modifica in $F(p, x) = pI_i(p)Ld/na$.

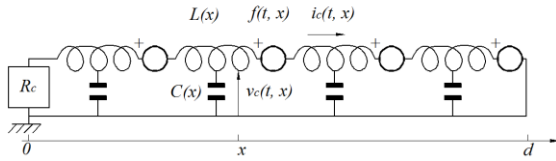


Fig. 7: Circuito elettrico della bobina Rogowski chiusa all'interno della scatola metallica. La tensione e la corrente lungo la bobina sono rispettivamente $v_c(t, x)$ e $i_c(t, x)$. A $x = 0$ la bobina è chiusa su R_c , invece per $x = d$ è cortocircuitata.

Teoricamente, gli ultimi tre parametri dovrebbero essere x -indipendenti e questo dipende dalla qualità di fabbricazione della bobina. Pertanto, in base a quanto detto, la trasformata di Laplace dell'Eq. 17 è la seguente:

$$V_c(x, p) = \frac{F(p)R_cR_0}{pL(R_c+R_0)} \cdot \frac{e^{-\tau_0px} - e^{-\tau_0p(2d-x)}}{1 + \vartheta e^{-2\tau_0pd}} \quad (18a)$$

$$I_c(x, p) = \frac{F(p)R_c}{pL(R_c+R_0)} \cdot \frac{e^{-\tau_0px} + e^{-\tau_0p(2d-x)}}{1 + \vartheta e^{-2\tau_0pd}} - \frac{F(p)}{pL} \quad (18b)$$

dove si è considerata la linea cortocircuitata in $x = d$ e chiusa sul carico R_c in $x = 0$. Il parametro ϑ rappresenta il coefficiente di riflessione, cioè $(R_c - R_0)/(R_c + R_0)$, dove R_0 è la resistenza caratteristica della linea la cui espressione è $R_0 = \sqrt{Z(p)/Y(p)}$, mentre la funzione di propagazione per unità di lunghezza è $-\tau_0$. Nelle nostre condizioni quest'ultima è costante, $\tau_0 = \sqrt{Z(p)Y(p)} = \sqrt{LC}$ ed esprime il ritardo per unità di lunghezza. Poiché risulta essere dell'ordine di 10^{-9} s/m è lecito supporre che $|\vartheta e^{-2\tau_0pd}| < 1$ e possiamo operare lo sviluppo in serie

$$\frac{1}{1 + \vartheta e^{-2\tau_0pd}} \cong 1 - \vartheta e^{-2\tau_0pd} + \vartheta^2 e^{-4\tau_0pd} \dots \quad (19)$$

Sostituendo l'Eq. 19 nella prima delle Eq. 18, la tensione su R_c è ottenuta ponendo $x = 0$

$$V_c(x, p) = \frac{F(p)R_cR_0}{pL(R_c+R_0)} [1 - \vartheta_V e^{-2\tau_0pd} + \vartheta^2 \vartheta_V e^{-4\tau_0pd} \dots] \quad (20)$$

con $\vartheta_V = (1 + \vartheta) = 2R_c/(R_c + R_0)$.

Invece, sostituendo l'Eq. 19 nella seconda dell'Eq. 18, la corrente in R_c è ottenuta ponendo di nuovo $x = 0$

$$I_c(0, p) = \frac{F(p)R_c}{pL(R_c+R_0)} [1 + \vartheta_I e^{-2\tau_0pd} - \vartheta \vartheta_I e^{-4\tau_0pd} \dots] - \frac{F(p)}{pL} \quad (21)$$

con $\vartheta_I = (1 - \vartheta) = 2R_0/(R_c + R_0)$.

Per un impulso di corrente di tipo Heaviside, $i(t) = I_0 u(t)$, la forza elettromotrice per unità di lunghezza è costante

$$F(p) = \frac{I_0 L d}{n a} \quad (22)$$

Utilizzando l'Eq. 22, per $R_c > R_0$, abbiamo $0 < \vartheta < 1$, $1 < \vartheta_V < 2$ e $0 < \vartheta_I < 1$. At $x = 0$ la risposta nel dominio del tempo è una tensione positiva, poi diviene negativo dopo $2\tau_0 d$ secondi, poi diviene più piccolo e dopo $4\tau_0 d$ secondi e così via. Il segnale di corrente invece, è inizialmente negativo poi diviene più piccolo e positivo dopo $2\tau_0 d$ secondi, poi ancora più piccolo e negativo dopo $4\tau_0 d$ secondi e così via. La Fig. 8 mostra una rappresentazione delle forme d'onda.

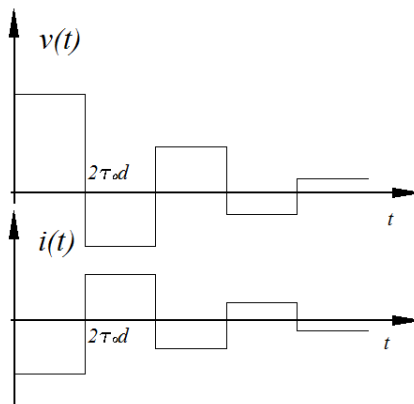


Fig. 8: Rappresentazione delle forme d'onda della risposta, tensione e corrente a $x = 0$ e $R_c > R_0$.

Per $R_c = R_0$, abbiamo $\vartheta = 0$, e conseguentemente $\vartheta_V = 1$ così come $\vartheta_I = 1$. La risposta in $x = 0$ diviene

$$V_c(0, p) = \frac{I_0 R_0 d}{2pn a} [1 - e^{-2\tau_0 p d}] \quad (23a)$$

$$I_c(0, p) = \frac{I_0 d}{2pn a} [1 + e^{-2\tau_0 p d}] - \frac{I_0 d}{pn a} \quad (23b)$$

Nel dominio del tempo, il risultato è un impulso di tensione e di corrente lungo $2\tau_0 d$ che corrisponde al tempo impiegato da un segnale a percorrere l'intera linea e ritornare, Fig. 9.

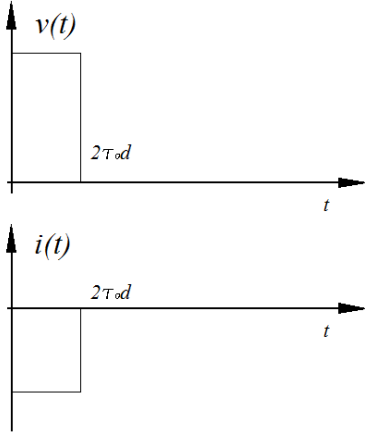


Fig. 9: Rappresentazione grafica delle forme d'onda della risposta, tensione e corrente, a $x = 0$ e $R_c = R_0$.

Tuttavia, questa risposta non corrisponde al segnale in ingresso che vogliamo rilevare. Invece, chiudendo la bobina su di una resistenza di carico di impedenza molto bassa tale che $R_c < R_0$, risulta che $-1 < \vartheta < 0$, $0 < \vartheta_V < 1$ e $1 < \vartheta_I < 2$. A $x = 0$ la risposta è un segnale di tensione che diminuisce di una piccola quantità ogni $2\tau_0 d$ secondi, mentre il segnale di corrente è inizialmente negativo con la sovrapposizione di un piccolo segnale

positivo ogni $2\tau_0 d$ secondi. La Fig. 10 mostra una rappresentazione delle forme d'onda.

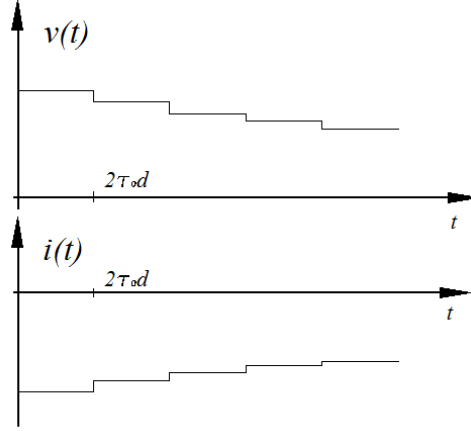


Fig. 10: Rappresentazione delle forme d'onda del voltaggio e della corrente a $x = 0$ e $R_c < R_0$.

Ancora più interessante è la risposta al limite per $R_c \ll R_0$. In questo caso si ha $\vartheta \sim -1$, $\vartheta_V \sim 0$ e $\vartheta_I \sim 2$ e dalle Eq. 20 e 21 la risposta risulta approssimativamente

$$V_c(0, p) \sim \frac{I_0 R_c d}{pn a} \quad (24a)$$

$$I_c(0, p) \sim -\frac{I_0 d}{pn a} \quad (24a)$$

Effettuando la trasformata inversa, per avere la dipendenza temporale, si giunge al risultato

$$v_{Rc}(t) \sim \frac{I_0 R_c d}{n a} u(t) \quad (25a)$$

$$i_{Rc}(t) \sim -\frac{I_0 d}{n a} u(t) \quad (25b)$$

I risultati ottenuti mostrano che la teoria sviluppata conduce agli stessi delle Eq. 5 e 16a, avendo, tuttavia, maggiori informazioni. Infatti, se la bobina non è di forma regolare, una diversa forza elettromotrice viene indotta in diverse posizioni e differenti valori di induttanza e capacità possono anche essere presenti. In questo caso la funzione di

propagazione per unità di lunghezza non è costante e vari segnali si possono propagare e sovrapporre lungo la linea e generare un ripple su R_c . Per attenuare il ripple molti autori hanno suggerito l'applicazione di resistenze di smorzamento lungo la bobina[12]. In questo caso, il comportamento del sistema migliora ma il valore del tempo di integrazione, che teoricamente è Ld/R_c , diminuisce. Tuttavia, l'inserimento delle resistenze deve essere realizzato senza creare nuovi circuiti, spire o altro e senza modificare i valori di capacità poiché introdurrebbero nuovi elementi che modificano il comportamento del probe.

Influenza della resistenza della bobina

Nello sviluppo della teoria precedente, la resistenza del filo della bobina è stata trascurata; ciò ha permesso di ottenere la risposta della bobina di Rogowski per un segnale di tipo Heaviside. La risposta è principalmente caratterizzata da un coefficiente di attenuazione e da un certo comportamento temporale.

Considerando invece un valore non nullo per R , la tensione sul carico R_c diviene

$$V_c(x, p) = \frac{F(p)R_c}{(pL+R) \left(1 + \frac{R_c}{pL+R} p\tau \sqrt{1 + \frac{R}{2p}}\right)} \times \left[\frac{e^{-\tau p \sqrt{x}}}{1 - \frac{Z-R_c \tau p}{Z+R_c \tau p} e^{-2\tau p d}} - \frac{e^{+\tau p \sqrt{x}} e^{-2\tau p d}}{1 - \frac{Z-R_c \tau p}{Z+R_c \tau p} e^{-2\tau p d}} \right] \quad (26)$$

dove abbiamo inserito il parametro $\tau = \tau_0 \sqrt{1 + R/pL}$. Prima di operare l'antitrasformata, è interessante tener presente che il fattore in parentesi quadre nell'Eq. 26 è esclusivamente responsabile della propagazione del segnale. Se consideriamo ancora un carico resistivo piccolo, $R_c \sim 0$, per $x = 0$ il contributo di

questa parte vale approssimativamente 1. Invece, la prima parte dell'equazione governa il fattore di attenuazione. Quindi l'antitrasformata della sola prima parte è molto difficile, ma la soluzione può esser e ottenuta se imponiamo che il valore della resistenza della bobina è molto piccolo. In tal caso, effettuando lo sviluppo della radice quadrata sino ai primi due termini $\sqrt{1 + \frac{R}{2p}} \cong 1 + R/4p$, l'Eq. 26 diventa

$$V_c(0, p) \sim \frac{F(p)R_c}{(pL+R) \left[1 + \frac{R_c}{pL+R} p\tau \left(1 + \frac{R}{4p}\right)\right]} \quad (27)$$

Per un segnale di corrente alla Heaviside abbiamo $F(p) = \frac{I_0 L d}{n a}$ e la sostituzione nell'Eq. 27 fornisce

$$V_c(0, p) \sim \frac{L I_0 R_c}{n (pL+R) \left[1 + \frac{R_c}{pL+R} p\tau \left(1 + \frac{R}{4p}\right)\right]} \frac{d}{a} \quad (28)$$

L'espressione di $V_c(0, p)$ ha un polo che per $R_c \sim 0$ ammonta a $-R/L$. Pertanto, il risultato dell'antitrasformata esibisce un comportamento esponenziale, cioè:

$$v_{R_c}(t) \cong \frac{I_0 R_c d}{n a} e^{-\frac{R}{L} t} \cdot u(t) \quad (29)$$

Confrontando l'Eq. 29 con l'Eq. 25a, osserviamo che la presenza di un valore di R , pur se piccolo, non influenza il coefficiente di attenuazione ma cambia solo il comportamento temporale. Pertanto, durante la progettazione di una bobina di Rogowski per misure di alta precisione corrente è necessario considerare sia il valore di R che di R_c . Per il valore della tensione basta semplicemente moltiplicare la corrente per R_c .

Influenza del nucleo magnetico

Utilizzando materiali magnetici per

il nucleo della bobina, si modificano i valori dell'induttanza e della forza elettromotrice. Per μ_r maggiore di 1, l'induttanza aumenta di un fattore μ_r e anche la forza elettromotrice aumenta dello stesso fattore. Questo comportamento sembrerebbe un vantaggio poiché può ridurre gli effetti delle anomalie di costruzione. Infatti, spire di differenti dimensioni sullo stesso nucleo possono esibire valori di induttanza costanti.

Tuttavia, l'impiego di un nucleo non-magnetico comporta un valore costante del coefficiente di permeabilità e dell'intensità del campo magnetico. In questo modo, è garantita una risposta lineare.

In linea di principio, il tempo di risposta non è influenzato dal valore della permeabilità relativa, μ_r , a condizione che quest'ultimo sia costante. Invece, se la permeabilità ha anche una componente immaginaria, le applicazioni alle alte frequenze sono limitate.

Materiali e metodi

Il dispositivo è stato progettato e costruito per la registrazione di correnti veloci in una linea piana. Esso è composto da un filo di rame avvolto lungo un'asta di Lucide del diametro di 4 mm e 27 mm di lunghezza. Il filo ha un diametro di 0,11 millimetri che permette un valore massimo di densità delle spire pari a 80 spire/cm, con un totale di 216 spire.

La linea di trasmissione utilizzata per fornire la corrente di ingresso è costituita da due piani conduttori di Cu da 9 cm di larghezza, distanziati 2 cm. Il sistema è mostrato in Fig. 11, e ha una impedenza caratteristica di 50 Ω . L'estremità della linea è chiusa su un carico resistivo di 50 Ω tramite il parallelo

di 4 resistenze da 200 Ω uniformemente distribuite.

La bobina Rogowski è applicata sul conduttore di massa della linea di trasmissione piana. La fessura operata in corrispondenza della bobina è di 35 mm di lunghezza per guidare la corrente di ingresso intorno alla bobina.

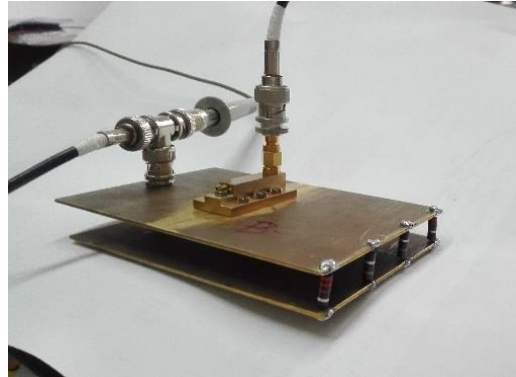


Fig. 11: Foto della linea di trasmissione piana da 50 Ω con la sonda di Rogowski sul conduttore di massa. La dimensione trasversale della linea è 9 cm

Risultati

Il comportamento della sonda è stato studiato mediante un impulsore di corrente composto da un alimentatore di alta tensione collegato ad un cavo coassiale (cavo triassiale Suhner 50 Ω , 15 m di lunghezza) e un interruttore veloce (relè Reed h12). Il segnale d'uscita del generatore di impulsi è stato applicato alla linea di trasmissione piana e la corrente fornita è stata monitorata mediante una sonda resistiva alta impedenza avente una attenuazione di 46, vedere Fig. 12. Invece, l'uscita della bobina Rogowski è stata chiusa su di un cavo coassiale da 50 Ω utilizzato anche per collegare l'oscilloscopio, 2 GHz (20 GS / s).

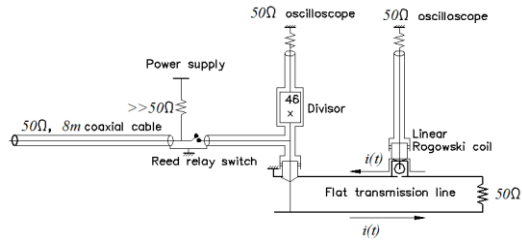


Fig. 12: Schema del circuito elettrico utilizzato per la taratura.

La forma d'onda della risposta è molto prossima a quella del segnale di ingresso, come si può vedere in Fig 13.

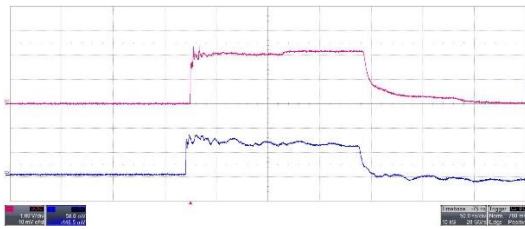


Fig. 13: Forma d'onda del segnale d'ingresso (traccia alta) e della risposta (traccia bassa). Scala temporale pari a 50 ns/div.

La scala della traccia alta è pari ad 1 V/div e fornisce una corrente di $1 \text{ V} \times \frac{46}{50\Omega} = 0.92 \text{ A/div}$, mentre per la traccia bassa è 50 mV/div che fornisce la taratura per la risposta, pari a $\frac{50 \text{ mV}}{50\Omega} = 1 \text{ mA/div}$. Il fattore di attenuazione è circa 1700, mentre il valore teorico atteso è $216 \times \frac{90}{27} = 720$. La discrepanza trovata è dovuta principalmente alla non uniformità della corrente erogata all'interno della linea a causa della fessura operata per solo 35 mm. Il tempo massimo del segnale di rilevamento è di circa 80 ns.

Il tempo di salita della risposta è molto interessante. La Fig. 14 mostra il risultato sperimentale con una scala temporale di 500 ps / div. Dalla Fig. 14, il segnale di ingresso presenta un tempo di salita di 400 ps, mentre il segnale di uscita

di 500 ps. Pertanto, la differenza è di circa 100 ps, che possiamo attribuire alla qualità risposta della bobina Rogowski.

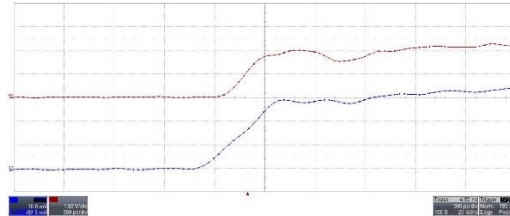


Fig. 13: Risultato sperimentale: Traccia alta presenta il segnale d'ingresso e ha una scala di 1 V/div; La traccia bassa rappresenta la risposta e ha una scala di 30 mV/div. Scala temporale 500 ps/div.

Conclusioni

La sonda sviluppata è molto interessante per la diagnosi di impulsi di corrente veloci. La qualità della risposta potrebbe essere migliorata utilizzando nuclei ferromagnetici. Il coefficiente di attenuazione è indipendente dalla permittività magnetica e il disaccordo che trovato tra il fattore di attenuazione atteso e misurato è da attribuirsi principalmente alla fenditura operata sul conduttore di massa. La resistenza del filo e la resistenza di carico limitano la durata temporale massima del segnale da rilevare.

Bibliografia

- [1] W. Rogowski and W. Steinbhaus, *Arch. Electrotech.* 1, 141-50 (1912)
- [2] D. A. Ward and J. L. T. Exon, *Eng. Sci. Edu* 2, 105-13 (1993)
- [3] J. Cooper, *Plasma Physics.* 5, 285-89 (1963)
- [4] V. Nassisi and A. Luches, *Rev. Sci. Instrum.* 50, 900-02 (1979)
- [5] R.Y. Han, W.D. Ding, J.W. Wu, H.B. Zhou, Y. Jing, Q.J. Liu, Y.C. Chao, A.C. Qui, *Rev. Sci. Instrum.* 86, 035114 (2015)

- [6] F. Belloni, V. Nassisi, P. Alifano, C. Monaco, A. Talà, M. Tredici and A. Rainò, "A suitable plane transmission line at 900 MHz RF fields for E. coli DNA studies", *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 0543021-6 (2005)
- [7] R.H. Uddlestone, S.L. Leonard, *Plasma diagnostic technique*, Academic Press, New York (1965)
- [8] D. G. Pellinen, *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 667-9 (1971)
- [9] V. Nassisi, P. Alifano, A. Talà and L. Velardi, "RF transmission line for bioluminescent *Vibrio ps* irradiation" *J. Appl. Phys.* **112**, 014702 (2012)
- [10] D. Delle Side, L. Velardi, V. Nassisi, *Appl. Surf. Sci.* **272**, 124-127 (2013)
- [11] S. Agosteo, M.P. Anania, M. Caresana et al., *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B* **331**, 15-19 (2014).
- [12] J.M. Anderson, *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 915-30 (1971)