

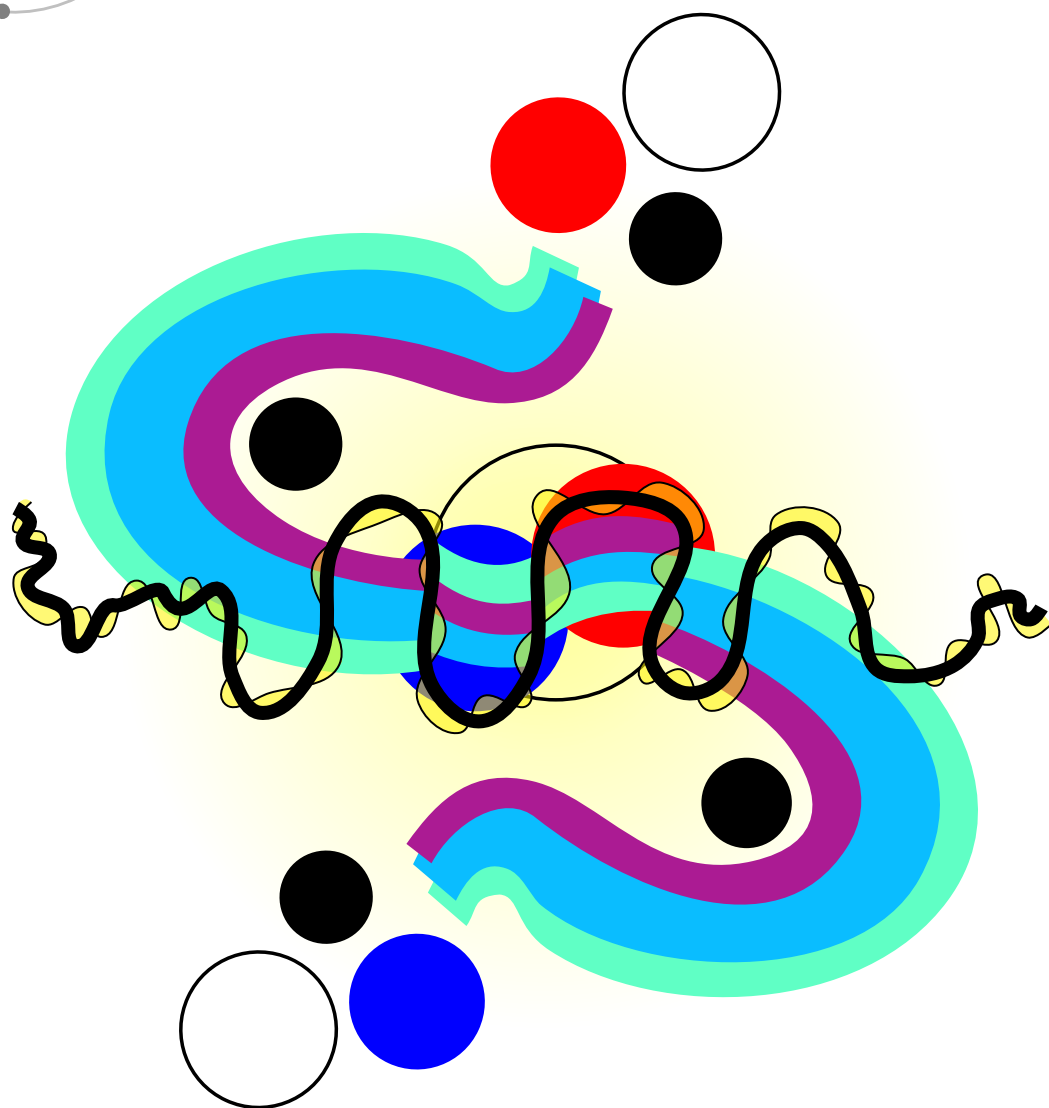
Numero V  
Anno 2015

  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E FISICA  
"Ennio De Giorgi"

  
UNIVERSITÀ  
DEL SALENTO

Viaggio nella Scienza

# Ithaca



Gravitazione

---

## **Ithaca: Viaggio nella Scienza**

---

Una pubblicazione del Dipartimento di Matematica e Fisica “Ennio De Giorgi” dell’Università del Salento.

Registrazione presso il Tribunale di Lecce n. 6 del 30 Aprile 2013.  
e-ISSN: 2282-8079

Direttore Responsabile  
**Luigi Spedicato.**

Ideatore  
**Giampaolo Co’.**

Comitato di Redazione  
**Rocco Chirivì,**  
**Paolo Ciafaloni,**  
**Maria Luisa De Giorgi,**  
**Luigi Martina,**  
**Giuseppe Maruccio,**  
**Marco Mazzeo,**  
**Francesco Paparella,**  
**Carlo Sempi.**

Segreteria di Redazione  
**Daniela Dell’Anna.**

© 2013-2015 Dipartimento di Matematica e Fisica “*Ennio de Giorgi*”.

© 2015 per i singoli articoli dei rispettivi autori.

Il materiale di questa pubblicazione può essere riprodotto nei limiti stabiliti dalla licenza  
“*Creative Commons Attribuzione – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia*” (CC BY-SA 3.0 IT).

Per il testo della licenza: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/it/deed.it>

**Ithaca: Viaggio nella Scienza**

è disponibile sul sito:

<http://ithaca.unisalento.it/>

Scriveteci all’indirizzo:

[ithaca@unisalento.it](mailto:ithaca@unisalento.it)

---

# Ithaca

## Viaggio nella Scienza

---

V 2015

- 3** In questo numero
- 5** Cent'anni di relatività  
Lorenzo Fatibene
- 19** Macro / micro / retro *lensing* gravitazionale  
Francesco De Paolis, Mosè Giordano,  
Gabriele Ingrosso, Luigi Manni,  
Achille Nucita, Francesco Strafella
- 35** Meccanica quantistica e *lensing* gravitazionale  
Claudio Corianò, Marta Dell'Atti,  
Luigi Delle Rose, Matteo Maria Maglio
- 47** Scienza e bellezza  
Paolo Ciafaloni
- 53** La realtà tra percezione e fisica  
Marco Mazzeo
- 67** La legatura dell'Evangelario Marciano Lat III,111:  
storia di un felice connubio fra arte e scienza  
Armida Sodo
- 79** Maxwell tra archeologia ed investigazioni forensi  
Carlotta Ferrara, Pier Matteo Barone





---

# In questo numero

---

**Gravitazione** è l'argomento attorno al quale, e scusate il bisticcio linguistico, gravitano quattro articoli di questo numero di *Ithaca*.

L'articolo di Lorenzo Fatibene discute il relativismo dal punto di vista fisico, matematico e anche filosofico. Seguono due articoli che parlano di un effetto fisico descritto esclusivamente dalla relatività generale, il *lensing* gravitazionale. Nell'articolo di Francesco De Paolis, Mosè Giordano, Gabriele Ingrosso, Luigi Manni, Achille Nucita e Francesco Strafella si descrive il fenomeno e si presentano le applicazioni in osservazioni astronomiche. Nell'articolo di Claudio Corianò, Marta Dell'Atti, Luigi Delle Rose e Matteo Maria Maglio si presenta la possibilità di osservare effetti quantistici nel *lensing* gravitazionale, fenomeno chiaramente macroscopico. L'articolo di Paolo Ciafaloni prende spunto dalla storia dello studio della gravitazione per legare il ruolo svolto dalla ricerca di simmetria e bellezza nello studio dei fenomeni naturali.

La bellezza della natura è un prodotto del nostro modo di descriverla? Qual'è la relazione tra fenomeni naturali e la nostra percezione? Fino a che punto è possibile separare l'osservatore dal fenomeno osservato? Queste sono le domande che pone, e discute, l'articolo di Marco Mazzeo.

Sempre nell'ambito della relazione tra scienza, bellezza ed arte, questo numero si conclude con due articoli che presentano applicazioni di tecniche fisiche ai beni culturali. L'articolo di Armida Sodo prende spunto dallo studio della Legatura dell'Evangelario Marciano Lat III,111 per presentare come la spettroscopia Raman possa essere utilizzata per lo studio non distruttivo di beni culturali. L'altro articolo, di Carlotta Ferrara e Pier Matteo Barone, presenta la tecnica del *georadar* che viene applicata non solo allo studio di beni culturali, ma anche all'archeologia e alle investigazioni forensi.

Buona lettura,  
il Comitato di Redazione.



---

# Cent'anni di relatività

Lorenzo Fatibene

Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano" - Università di Torino

---

**Q**uest'anno cade il centenario della formulazione della relatività generale. In questi cento anni la relatività generale si è imposta come il paradigma per la descrizione della gravità alle scale del sistema solare, astrofisiche e cosmologiche. Anche a scale terrestri, la relatività generale è parte essenziale del sistema GPS che senza la correzione degli effetti relativistici non potrebbe funzionare per più di qualche minuto. La teoria prevede che il campo gravitazionale abbia effetto sul ritmo degli orologi. *Siccome il tempo è quello che gli orologi misurano*, un campo gravitazionale rallenta il tempo stesso. A differenti altezze il campo gravitazionale terrestre ha una diversa intensità, quindi rallenta il tempo in maniera differente. I nuovi orologi ottici sono in grado di misurare gli effetti che la gravità esercita sul tempo in punti ad altezze diverse sulle scale del metro. Quindi, per la prima volta, si può confermare sperimentalmente che la nostra testa è più vecchia dei nostri piedi, a meno che non passiate a letto la maggior parte della giornata. Possiamo dire che gli effetti relativistici della gravità sono ben visibili dalle scale del metro a quelle cosmologiche, quindi tra  $10^0$  e  $10^{27}m$ .

## Cento anni, relativamente

È opinione unanime che Einstein abbia scoperto qualcosa di rivoluzionario, ma non c'è accordo su *cosa* esattamente abbia scoperto. Infatti, non c'è accordo su quali realmente siano i fondamenti della relatività generale, su quali principi meglio esprimano l'essenza della sua nuova teoria. Principi normalmente usati sono il *principio di covarianza generale* (ogni osservatore ha uguali diritti di descrivere la realtà), il *principio di equivalenza* (esistono osservatori che non vedono effetti gravitazionali), il *principio di Mach* (gli effetti inerziali sono determinati dalla distribuzione a grandi scale delle masse dell'universo). Questi principi spesso non sono enunciati in maniera precisa, quando sono enunciati in modo preciso ne esistono diverse versioni non equivalenti e la relazione tra essi è oscura. Il loro utilizzo riflette talvolta lo sviluppo storico che le idee hanno seguito durante il decennio speso da Einstein per formulare la teoria, avendo spesso una importanza euristica che è più cronologica che logica.

Ad esempio, la relazione tra covarianza generale e principio di equivalenza è cambiata nel tempo ed è tuttora mutevole. Einstein originariamente formulava la teoria sulla base del principio di covarianza. Quasi immediatamente Kretschmann notava che qualunque teoria può essere formulata in forma generalmente covariante e che quindi il principio di covarianza non poteva avere un contenuto fisico rilevante. La posizione di Kretschmann, quasi subito avallata da Einstein stesso, con l'andare del tempo è cresciuta, da isolata critica fino a essere opinione condivisa,

purtroppo ancora una volta senza essere enunciata in maniera precisa. Di conseguenza la teoria fondata sul principio di covarianza si è trovata senza un principio fisico fondante, ruolo che è stato assunto via via dal principio di equivalenza che è cresciuto in importanza pian piano quasi sostituendo il principio di covarianza.

Allo stesso tempo, si sono consolidate tecniche standard (ad esempio il teorema di Utiyama nelle sue varie forme) che sono basate sulla covarianza e che mostrano la capacità del principio di covarianza di fare esattamente quello che Kretschmann affermava non potesse fare, cioè selezionare teorie dinamiche.

Il teorema di Utiyama è abbastanza tecnico e forse vale la pena di provarne brevemente il contenuto in modo semplificato. Essenzialmente esso determina tutte le equazioni che dipendono da un insieme fissato di campi e che hanno un determinato insieme di simmetrie. Ad esempio, se conveniamo che in un modello la gravità sia descritta da una metrica (lorentziana) sullo spaziotempo e che le equazioni dipendano *solo* dalla metrica e dalle sue derivate fino al second'ordine e, inoltre, che le equazioni di tale modello debbano essere generalmente covarianti, allora il teorema di Utiyama individua le più generali equazioni con queste caratteristiche. Ora la cosa importante nel nostro discorso è che ci sono moltissime equazioni che vengono scartate, cosa che sembra contraddire ciò che afferma Kretschmann.

Tuttavia non possiamo dire che Utiyama fornisca dei *controesempi* a quello che Kretschmann sosteneva. Piuttosto le ipotesi usate in Utiyama sono diverse dalle assunzioni di Kretschmann e se è vero che ogni teoria possa essere formulata in modo covariante, questo in genere è fatto a un prezzo (l'aggiunta di campi ed equazioni) che non è consentito da Utiyama. In ogni caso Utiyama mostra che limitando ciò che è consentito fare per riformulare una teoria, la covarianza in effetti pone dei vincoli alle teorie ammesse.

La teoria della relatività generale è insieme almeno tre cose distinte: è la definizione di come è possibile formulare una descrizione assoluta della realtà fisica, è la descrizione del campo gravitazionale come geometria dello spaziotempo, ed è, infine, una particolare teoria della gravitazione che implementa i primi due aspetti.

Oggi ci troviamo ancora in una situazione peculiare in cui è molto chiaro cosa sia la relatività generale come specifica teoria della gravitazione, le sue conseguenze sperimentali sono state enucleate e verificate nel sistema solare, a scale astrofisiche e cosmologiche. La teoria ha dimostrato di essere migliore della teoria classica della gravitazione newtoniana ed è perciò divenuta il paradigma della teoria della gravità e, in un certo senso, non esiste osservazione che la contraddica. Malgrado il perfetto accordo tra osservazione e teoria, allo stesso tempo una notevole confusione avvolge la sua interpretazione e il mutuo ruolo del principio di equivalenza e di covarianza.

Il *principio di covarianza (generale)* afferma che è possibile descrivere la realtà in modo indipendente dall'osservatore, le leggi fisiche possono essere scritte in modo da avere la stessa forma per ogni osservatore, in questo modo estendendo il principio galileiano che afferma che le leggi della dinamica debbano essere espresse in modo da essere indipendenti dall'osservatore *inerziale*.

Già Newton aveva ben compreso che la stessa definizione di *osservatore inerziale* era lungi dall'essere chiara. Infatti, noto un osservatore inerziale, è chiaro che tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme rispetto a quello sono anch'essi inerziali. Ma la definizione di quel primo osservatore inerziale risulta essere alquanto problematica, essendo fondata in ultima analisi sulla distinzione tra *forze reali* e *forze fittizie*. Se fosse noto quali forze reali ci si aspetta agiscano su un sistema, allora gli osservatori inerziali potrebbero essere definiti come quegli osservatori per cui queste forze giustificano completamente le accelerazioni osservate. Accelerazioni che risultino non giustificate dalle forze reali sono attribuite a forze fittizie (ad esempio forze centrifughe) che sono imputabili a effetti non inerziali.

Sfortunatamente, questa definizione di forza apparente si fonda sulla nostra capacità di analizzare un sistema e decidere a priori quali forze reali agiscano su di esso, cosa che presuppone una conoscenza assai raffinata delle interazioni fisiche che esistono in natura. Assumere una conoscenza approfondita della natura già prima di formulare una teoria non è di per sé un problema; significa solo che prima di analizzare la realtà fisica abbiamo bisogno di conoscere una massa di dati sperimentali qualitativi. Questo è

giustificato dal fatto che la fisica sia una scienza sperimentale e non puramente deduttiva ma sfortunatamente lascia i suoi fondamenti privi di una base logica precisa.

Il famoso esperimento dell'ascensore illustra bene la situazione. Se siamo chiusi in un ascensore, poniamo una mela davanti ai nostri occhi e la lasciamo, cosa capita? Dipende. Se l'ascensore è fermo al piano, ci si aspetta che sulla mela agisca la forza peso e che conseguentemente essa cada di moto accelerato verso il pavimento.

Cosa possiamo dedurre se osserviamo che una volta lasciata la mela resta sospesa? Ci sono essenzialmente due possibilità: o il nostro ascensore è sospeso nello spazio, non agisce nessuna forza peso e quindi il moto della mela non subisce accelerazioni perché non agisce nessuna forza, oppure l'ascensore sta cadendo anch'esso, quindi sia l'ascensore che la mela cadono con la stessa accelerazione e quindi la mela resta sospesa.

Nel primo caso non agisce alcuna forza, nel secondo agiscono la forza peso e una forza fittizia (dovuta al fatto che il sistema di riferimento non è un riferimento inerziale) che si bilanciano esattamente (almeno nel baricentro dell'ascensore). Ora il punto è che non possiamo misurare direttamente le singole forze che agiscono su un sistema. Le forze sono *definite* dalle accelerazioni che producono e quindi, misurando le accelerazioni possiamo inferire solo la *risultante* delle forze agenti, non le singole forze. Se la mela resta sospesa significa che la risultante delle forze (reali e fittizie) è nulla. Non possiamo sapere se è nulla la sola forza peso se non guardando fuori dalla finestra, controllando se nelle vicinanze si vede la Terra e concludendo se ci si deve *aspettare* una forza peso oppure no, basandoci sull'esperienza che un pianeta in genere produce un campo gravitazionale nelle sue vicinanze.

Questa situazione è meravigliosamente illustrata proprio dalle immagini a cui siamo abituati degli astronauti che fluttuano "in assenza di peso" sulla stazione spaziale (ISS, Figura 1). La ISS vola a circa 300Km dalla superficie terrestre e *certamente* a quella distanza la forza peso prodotta dal campo gravitazionale terrestre è tutto tranne che trascurabile (se tale campo fosse sensibilmente ridotto cosa farebbe girare la Luna intorno alla Terra a più di 1000 volte tale distanza?). Con un semplice conto si può controllare

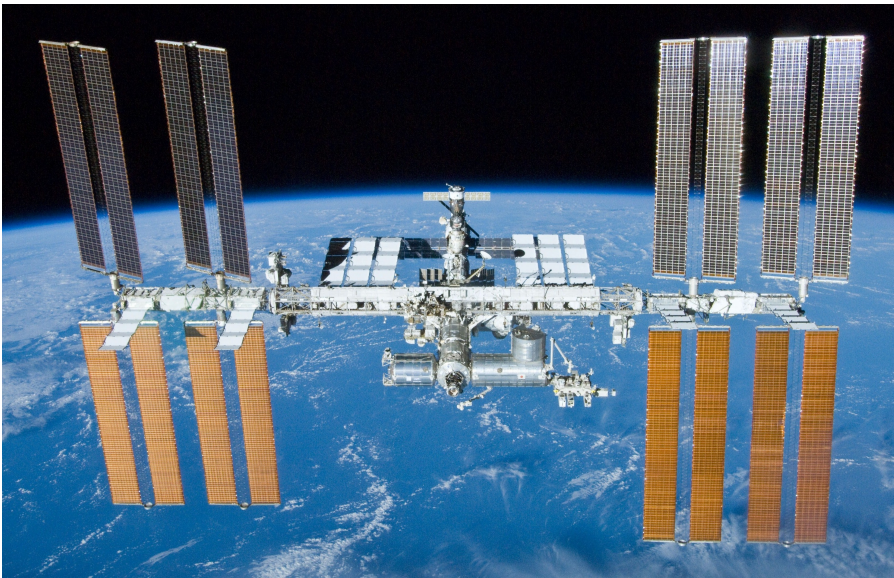
che la forza peso a 300Km dalla superficie è diminuita solo di circa il 10%. In realtà quindi la forza peso agisce sulla ISS quasi come sulla superficie e l'apparente assenza di peso è imputabile al fatto che il peso è esattamente cancellato da una forza apparente (la forza centrifuga) che a sua volta è generata dagli effetti inerziali nel sistema di riferimento della ISS che è accelerato essendo in caduta libera.

Gli effetti del campo gravitazionale possono sempre essere compensati da opportune forze apparenti (principio di equivalenza). Se tutti gli osservatori hanno lo stesso diritto di enunciare le leggi fisiche (principi di covarianza) e per alcuni osservatori (quelli in caduta libera) il campo gravitazionale è compensato da forze apparenti, allora il campo gravitazionale deve essere considerato una forza apparente per tutti? In un certo senso questa osservazione è il cuore della relatività generale in quanto identificazione del campo gravitazionale con le proprietà dello spaziotempo stesso. Proprio in quanto il campo gravitazionale è una proprietà universale come dettato del principio di equivalenza esso può essere considerato una proprietà del corpo che cade o una proprietà dello spaziotempo stesso.

Siccome tutti i corpi cadono nello stesso identico modo, la causa del loro movimento può essere considerata sia il risultato dell'interazione tra un campo di forze e il grave, sia una proprietà dello spazio in cui il grave si muove.

Non si può fare lo stesso con le altre forze. Se il campo elettrico fosse una proprietà dello spaziotempo, perché particelle con cariche diverse dovrebbero subire accelerazioni diverse? La proprietà peculiare del campo gravitazionale è proprio che il moto dei gravi è indipendente da ogni proprietà del grave stesso e dipende solo dalla sua posizione. Proprio per questo il campo gravitazionale può essere identificato con la geometria dello spaziotempo e un grave cadendo non è *soggetto a una forza*, ma semplicemente se ne va seguendo la traiettoria più rettilinea possibile nello spaziotempo.

Se quindi il principio di equivalenza e il principio di covarianza riescono a rendere conto del fatto che il campo gravitazionale si possa interpretare come un prodotto della geometria dello spaziotempo, possiamo rivolgere l'attenzione al primo problema: è possibile una conoscenza



**Figura 1:** La stazione spaziale internazionale (ISS) fotografata dallo space shuttle Atlantis.

assoluta della realtà?

Un buon modo di discutere questo aspetto è chiedersi fino a che punto sia possibile fornire una fondazione deduttiva della fisica, in cui le conoscenze sperimentali abbiano un ruolo euristico ma non logico.

## Relativo e Assoluto

Fin dai tempi di Galileo, più o meno esplicitamente, il termine *relativo* è usato in fisica come sinonimo di *dipendente dall'osservatore*, quindi *soggettivo*. Al contrario, il termine *assoluto* è definito a qualcosa di *indipendente dall'osservatore*, quindi *oggettivo*.

Assoluto e oggettivo, al di là della retorica, non hanno mai avuto molta fortuna in fisica. Lo spazio e il tempo assoluti di Newton si sono rivelati inesistenti, come la quiete assoluta di Aristotele era stata smascherata da Galileo.

Gli osservatori danno una descrizione della realtà che dipende dalle loro convenzioni (che a loro volta sono sensibili al loro stato di moto). Quindi abbiamo un'infinità di descrizioni diverse della stessa realtà fisica.

A questo proposito forse va notato esplicitamente che se riceviamo due telefonate da due diversi osservatori astronomici e in entrambe le chiamate ci notificano l'osservazione di una supernova, da queste comunicazioni noi non guadagniamo alcuna conoscenza del mondo! Estremizzando non siamo neanche in grado di essere

sicuri che i due osservatori abbiano in realtà osservato lo stesso evento. In generale le due notifiche conterranno l'ora e la direzione dell'avvenuta osservazione. Sfortunatamente, a livello fondamentale, per concludere che i due osservatori abbiano osservato la stessa supernova dobbiamo avere una conoscenza dettagliata delle convenzioni usate dai due laboratori, ad esempio per concludere se le loro osservazioni si riferiscono allo stesso tempo ed eventuali differenze di orario siano completamente imputabili a eventuali differenze di fuso orario o differenti sistemi orari.

Il fatto che proprio per evitare questo sulla Terra abbiamo *convenzionalmente* scelto protocolli che rendano semplice questo controllo è irrilevante dal punto di vista fondamentale. Resta il fatto che, per confrontare dati tra laboratori diversi, una massa di convenzioni debba essere esplicitata nel dettaglio e che tali convenzioni siano fondate e motivate da conoscenze e abitudini preesistenti a loro volta fondate su modelli approssimativi della realtà che sono stati storicamente affinati fino a giungere a quello attuale.

Ad esempio le osservazioni astronomiche sono tradizionalmente riportate in coordinate centrate in un sistema geocentrico anche se sappiamo che la scelta di un tale sistema non è fondamentalmente motivata. Se avessimo osservatori su diversi corpi celesti si potrebbe decidere di riferire i dati di ogni osservatorio al suo astro oppure riportare tutti i dati allo stesso sistema. Nel primo caso diventerebbe molto più complesso confrontare dati provenienti da osservatori diversi, nel



secondo caso il moto relativo degli astri viene addirittura nascosto nel protocollo di misura. Il puro dato osservativo non sarebbe più tale ma dipenderebbe da un modello (ad esempio la teoria usata per determinare il moto relativo degli osservatori). Nella pratica la situazione è anche peggiore di quanto possa sembrare! Il moto relativo è determinato essenzialmente dalla teoria newtoniana che si sa essere fondamentalmente superata dalla gravitazione einsteiniana.

Ripetiamo che di per sé ciò non sarebbe un problema ma riflette solo il fatto che la fisica è una disciplina sperimentale. Da un altro punto di vista però disturba il fatto che *logicamente* la formulazione della relatività generale sia fondata su una conoscenza pregressa ottenuta da modelli (la fisica newtoniana) che oggi sappiamo essere *errati* (ben utilizzabili entro certi limiti, ma comunque fondamentalmente errati).

Un altro esempio ci è fornito dallo stesso principio di equivalenza. In una delle sue formulazioni più usate esso afferma che *per ogni punto dello spaziotempo possiamo determinare un osservatore per cui vale (approssimativamente) la relatività speciale*. Ora il punto è: perché dovrebbe occorrere la relatività speciale per enunciare il principio di equivalenza che dovrebbe essere il principio cardine della relatività generale quando la relatività generale è una teoria più fondamentale della teoria della relatività speciale? Uno potrebbe voler formulare la relatività generale e *dopo* ottenere la relatività speciale come il modello in cui il campo gravitazionale è debole, non procedere a ritroso!

Questo modo di procedere è sovente considerato accettabile dai fisici che comunque dicono che la relatività speciale è una teoria fisica ben conosciuta e controllata, ma da un punto di vista logico non c'è dubbio che la relatività speciale è una descrizione inconsistente della realtà a meno che non sia vista come approssimazione di campo debole della relatività generale. Essa è affetta in buona sostanza dagli stessi difetti della dinamica di Newton, gli stessi problemi riguardanti la definizione di osservatore inerziale. Inoltre è una teoria dello spazio vuoto nel senso che, aggiungendo una particella materiale al nostro universo, sappiamo (dalla relatività generale) che essa incurva lo spaziotempo contraddicendo le assunzioni stesse della relatività speciale.

Talvolta si argomenta che la curvatura indotta

da una piccola massa è "piccola" e ciò giustifica l'approssimazione che porta a trascurarla. Se questo è certamente vero in pratica, allo stesso tempo non ha alcun senso logico: in primo luogo una massa, come tutte le quantità dimensionali, non è né "piccola" né "grande" ma è precisamente ciò che deve essere. I numeri puri sono "grandi" o "piccoli" mentre le quantità dimensionali sono piccoli o grandi *relativamente* a qualcos'altro. Una persona è grande rispetto ad un virus e piccola rispetto ad un pianeta ed è per questa ragione, ad esempio, che è buona pratica sviluppare in serie solo rispetto a quantità adimensionali.

In secondo luogo, comunque si introduca la descrizione di un punto materiale, di qualunque massa sia, tale modello si rifarà quasi certamente a una metrica di Schwarzschild. La curvatura di una metrica di Schwarzschild è "piccola" lontano dal raggio di Schwarzschild e cresce quando ci si avvicina alla particella. Quindi al più bisognerebbe dire che la curvatura indotta da una particella è "piccola" quasi ovunque tranne in una regione molto "piccola" vicino alla particella stessa. Se ci si avvicina abbastanza alla particella, qualunque sia la sua massa, la curvatura cresce oltre ogni limite. Il fatto che in genere non si sia interessati ad andare così vicino alla particella è ciò che giustifica l'approssimazione; il fatto che la curvatura non sia in assoluto trascurabile spiega perché la relatività speciale sia essenzialmente una teoria di vuoto incompatibile per sua natura con la descrizione della materia.

Ha senso quindi chiedersi se non sia possibile almeno in linea di principio una descrizione della realtà che si sviluppi logicamente senza affidarsi in modo essenziale a modelli arcaici e che possa essere condivisa indipendentemente da fattori storici. La difficoltà di questo approccio è che una tale impostazione servirebbe come fondamento della nostra descrizione della realtà fisica e dovrebbe collocarsi a priori rispetto alla conoscenza dei dettagli delle teorie fisiche.

Gli inglesi, per esprimere la difficoltà di questo tipo di progetti, hanno un termine, *bootstrap*, che descrive il tentativo di sollevarsi tirandosi per i lacci delle scarpe. La difficoltà in questo caso risiede nel tentativo di formulare dei protocolli osservativi *prima* di avere imparato quasi alcunché sulla realtà fisica che ci circonda.

Durante gli ultimi secoli i filosofi si sono spesso domandati se e in che misura sia possibile una conoscenza oggettiva della realtà. Le risposte sono state varie, andando dalla constatazione che semplicemente una conoscenza oggettiva della realtà fisica fuori di noi non è possibile (una corrente di pensiero che forse può eleggere come campione Hume), alla richiesta di un garante superiore che rendesse possibile la conoscenza della realtà (che possiamo esemplificare forse un po' estremizzando con le tesi di Descartes). Il motivo di queste risposte si può identificare nella sostanziale antinomia tra *oggettivo-assoluto* e *soggettivo-relativo*. Il fatto è che tutto in fisica sembra essere relativo e nulla assoluto.

È quindi possibile una conoscenza fisica assoluta se ogni misura è per sua natura soggettiva? Possiamo vedere la teoria della relatività generale come una risposta a questa domanda, una risposta nuova e in buona misura inaspettata.

Accettiamo che, come sembra, ogni conoscenza del mondo fisico venga attraverso misure per loro natura soggettive e convenzionali. L'entità primaria di agente fisico può essere introdotta come un *laboratorio* formato dai suoi apparati e dalle convenzioni atte a tradurre i fatti osservati in *numeri*. Un laboratorio scruta il cielo e quando vede una supernova riporta l'evento pubblicando l'ora convenzionale e la direzione convenzionale (più altri dettagli che omettiamo per semplicità) dell'osservazione. Resta il fatto che ciò che il laboratorio produce, cioè la serie di numeri, non contiene nessuna conoscenza su ciò che è accaduto. I numeri prodotti sono una descrizione convenzionale di ciò che è accaduto (soggettiva) e acquista significato quando si esplicitano nel dettaglio le convenzioni usate dal laboratorio (relativa). Ad esempio, per determinare la posizione dobbiamo sapere che il telescopio è montato con l'asse ottico parallelo all'asse di rotazione terrestre, conoscere il periodo di rotazione terrestre e compensare il moto diurno apparente degli astri. Per stabilire queste convenzioni, come è evidente, occorre avere conoscenze abbastanza approfondite di ciò che si sta osservando, del moto della Terra, della propagazione della luce.

Un altro esempio elementare è misurare l'istante in cui Giove eclissa una delle sue lune. Il tempo in cui le eclissi sono osservate è affetto da spiccate variabilità stagionali. In particolare,

le previsioni kepleriane sono sistematicamente ritardate di una quantità che è funzione della distanza tra la Terra e Giove. Noi oggi capiamo bene che questi ritardi sono dovuti alla variabilità della distanza tra Giove e la Terra, *unitamente al fatto che la velocità della luce è finita*. Quindi il ritardo nell'osservazione dell'eclissi è imputabile al tempo che la luce impiega a viaggiare tra Giove e la Terra che può variare da circa 35 minuti a circa 51 minuti. L'osservazione della stessa eclissi, a seconda della posizione dei pianeti, può variare di più di un quarto d'ora. Ciò è noto dal XVII secolo, ma comunque si capisce che senza di queste nozioni relativamente elementari (e notoriamente fondate su una fisica errata) noi non saremmo in grado di dare un senso al comunicato stampa dell'osservatorio astronomico.

Per rafforzare questa banale osservazione forse bisogna sottolineare che anche la misura del tempo di volo (di sola andata) della luce da Giove alla Terra presuppone che si specifichi come si debbano sincronizzare l'orologio su Giove che determina l'ora di partenza con l'orologio sulla Terra che determina l'ora di arrivo.

Di fatto, la soggettività delle osservazioni per diventare conoscenza richiede l'analisi delle convenzioni del laboratorio, che richiede la conoscenza di un modello, fondato su una teoria che andrebbe controllata sperimentalmente grazie alle osservazioni stesse. Gli scienziati sono spesso stati soddisfatti da questo stato di cose: la fisica è necessariamente una scienza sperimentale che accumula conoscenza esattamente in questo ciclo teorizzato di raffinamento successivo delle teorie fisiche.

Comunque non può essere ignorato che la relatività generale offre un'altra possibilità interessante che si delinea su due livelli. In primo luogo, se vogliamo enunciare protocolli di misura senza poter ancora essere motivati da conoscenze pregresse, l'unico modo per risolvere questa situazione di *bootstrap* è quello di ammettere *qualunque* protocollo osservativo. Se non so costruire orologi atomici, l'unica alternativa è ammettere inizialmente l'uso di qualunque orologio, finché una goccia che cade da un rubinetto che perde o il battito del cuore (peraltro di galileiana memoria).

Ad un secondo livello, la conoscenza della realtà fisica non sta nelle osservazioni, anche perché



le osservazioni sono state svuotate di significato proprio accettando qualunque convenzione. Tutti sono concordi nel fatto che la conoscenza del mondo vada distillata dalle convenzioni che sono assunte a fondamento delle osservazioni. Ma come si può analizzare le convenzioni se non disponiamo ancora di informazioni sulla realtà fisica? Come possiamo imparare qualcosa sulla realtà fisica quando tutto quello che vediamo è il ticchettio di un orologio e qualche fotone che colpisce la nostra retina? Per rompere il connubio soggettivo-relativo esiste un'altra via oltre a quella dell'analisi minuziosa delle convenzioni dei laboratori, che di fatto è necessariamente relativa a una qualche teoria preesistente.

La conoscenza è manifesta proprio nel momento in cui, nota l'osservazione di un laboratorio, siamo in grado di prevedere l'osservazione di un altro laboratorio che guardasse allo stesso fenomeno utilizzando convenzioni differenti. Mentre un laboratorio si limita a osservare e registrare, è solo nel momento in cui prevediamo cosa un altro laboratorio osserverà che per la prima volta *esperiamo*. È solo nel momento in cui siamo in grado di verificare che i due osservatori hanno effettivamente osservato la stessa supernova che possiamo affermare di avere imparato qualcosa di oggettivo sulla realtà fisica. La conoscenza non risiede mai nelle osservazioni pure delle coincidenze che avvengono nei laboratori, ma in queste *unitamente alla relazione tra i diversi laboratori*. Se un laboratorio vede una supernova il 23 febbraio 1987 non abbiamo difficoltà in linea di principio a prevedere la data in cui sarebbe stata vista da un laboratorio che usasse il calendario cinese. È solo quando sappiamo compiere questo passo che possiamo dire che c'è stata una supernova (e non due) nel giorno che noi chiamiamo 23 febbraio 1987.

## La teoria dell'assoluto

Personalmente trovo molto sorprendente che un tale programma (ogni laboratorio ha gli stessi diritti di descrivere la realtà e la descrizione assoluta della realtà fisica emerge dalla relazione tra diversi laboratori) possa essere enunciato in modo matematicamente preciso.

La relatività generale ci insegna che possiamo istituire dei laboratori che osservano la realtà e che sono in grado di tradurla in un resoconto formato da una lista di numeri seguendo un qualunque strampalato insieme di convenzioni. Si accende una lampadina e il laboratorio segnala una lista di tempi (ad esempio le differenze tra i segnali orari di coppie di orologi atomici in orbita in concomitanza con l'accensione della lampadina come succede per il GPS). I dati prodotti dal laboratorio non ci dicono nulla se non abbiamo un resoconto dettagliato della posizione dei satelliti, della sincronizzazione degli orologi a bordo dei satelliti eccetera. Ma tali conoscenze non sono disponibili se non *dopo* che siamo in grado di raccogliere osservazioni, abbiamo formulato un modello della realtà e lo abbiamo usato per descrivere il moto dei satelliti e il funzionamento degli orologi a bordo.

A livello fondamentale questo non è accettabile ma fortunatamente esiste un'altra via. Supponiamo di avere ora due laboratori ognuno con le sue convenzioni che producono la loro descrizione soggettiva degli stessi eventi (ad esempio l'accensione della lampadina). Se sappiamo costruire la descrizione che avrebbe prodotto il laboratorio 2, nota la descrizione del laboratorio 1, qualora quello descriva lo stesso evento osservato da questo, allora e solo allora, possiamo costruire una rappresentazione assoluta della realtà, che sia cioè indipendente dall'osservatore.

Per mostrare come questo sia possibile, non dobbiamo fare altro che considerare l'insieme  $U$  di tutti i possibili resoconti di tutti i possibili laboratori. La lettura del laboratorio 1 ( $L_1$ ) è un elemento  $x \in U$  di questo insieme. La nostra capacità di prevedere la lettura del laboratorio 2 ( $L_2$ ) che osservi lo stesso evento è rappresentato da una funzione  $\varphi_{21} : U \rightarrow U$  che associa alla lettura  $x$  effettuata da  $L_1$ , la lettura  $\varphi_{21}(x) \in U$  effettuata da  $L_2$ . La funzione  $\varphi_{21}$  è quindi chiamata *funzione di transizione* da  $L_1$  a  $L_2$ .

Esiste una funzione di transizione per ogni coppia di laboratori ( $L_a$  e  $L_b$ ) ed esse soddisfano per costruzione alle proprietà

$$\begin{cases} \varphi_{aa} = \text{id} \\ \varphi_{ab} \circ \varphi_{ba} = \text{id} \\ \varphi_{ab} \circ \varphi_{bc} \circ \varphi_{ca} = \text{id} \end{cases}$$

che vengono anche dette *identità di cociclo*.

Forse vale la pena di osservare che per definire l'insieme  $U$  e le famiglie di transizione non si fa mai riferimento alla realtà fisica. Questi concetti chiamano in gioco solo le descrizioni soggettive dei fenomeni, non i fenomeni stessi e per dirla con Descartes, sono *res cogitans* non *res extensa*. Quindi, possiamo definire *equivalenti* due descrizioni  $x_a$  e  $x_b$  date da due laboratori distinti  $L_a$  e  $L_b$  se vale la relazione

$$\varphi_{ab}(x_b) = x_a$$

e proprio in virtù delle identità di cociclo la relazione così definita è una relazione di equivalenza. Come tutte le relazioni di equivalenza essa definisce un quoziente  $M$ . Un punto di  $M$  è per costruzione una classe di equivalenza che contiene tutte le possibili rappresentazioni soggettive dello stesso fenomeno e si dimostra che per costruzione  $M$  è matematicamente rappresentata da una varietà e i laboratori sono automaticamente identificati con le carte di questa varietà.

Ogni fenomeno che può essere misurato da qualche laboratorio è identificato con un punto di  $M$ , ogni punto di  $M$  è descritto tramite tutte le possibili rappresentazioni di un evento. In altri termini, i punti della varietà  $M$  sono in corrispondenza biunivoca con i possibili eventi e quindi lo spaziotempo  $M$  così costruito è una rappresentazione della realtà fisica. Un punto di  $M$  è costituito da ogni possibile rappresentazione di un evento ed è pertanto, lui come classe di equivalenza, indipendente da ogni particolare descrizione di esso, quindi lo spaziotempo è una rappresentazione *assoluta* della realtà. Ed è una rappresentazione assoluta proprio perché, e nella misura in cui, la sua genesi è *intersoggettiva*.

La conoscenza della realtà fisica è contenuta completamente nelle funzioni di transizione scelte e si può dimostrare che dato un cociclo di funzioni di transizione la (classe di diffeomorfismo della) varietà  $M$  risulta univocamente determinata.

Come preannunciato a parole, la conoscenza assoluta della realtà fisica è costruita da rappresentazioni soggettive insensate e la sua struttura assoluta è completamente determinata dalla relazione tra queste rappresentazioni soggettive.

Anche da un punto di vista filosofico si ottiene

una situazione interessante: ogni laboratorio ha lo stesso diritto di descrivere la realtà soggettivamente. Ma (quindi) la conoscenza non risiede in ciò che vede un laboratorio, ma emerge solo dalla relazione tra laboratori diversi.

Il principio di covarianza generale emerge naturalmente come proprietà logica di questo schema conoscitivo. Ogni osservatore fornisce una rappresentazione soggettiva della realtà che lo circonda che vale tanto quanto qualunque altra descrizione. Non si può avere una conoscenza assoluta della realtà al di fuori dello schema tracciato dal principio di covarianza generale semplicemente perché le varie descrizioni della realtà devono stare tutte sullo stesso piano, proprio in quanto tutte prive di un qualunque significato.

In questo senso la covarianza generale non predilige nessuna teoria particolare, non seleziona nessuna particolare qualità fisica ma è semplicemente la condizione per cui ha un qualche senso fare affermazioni sulla realtà.

Supponiamo ora di voler enunciare una legge fisica. Possiamo aspettarci che una tale legge sia un legame, un vincolo sulle proprietà degli eventi rappresentati in  $M$ . Ma come tutte le varietà,  $M$  può essere descritta solo attraverso una collezione di carte, cioè una collezione di rappresentazioni locali che descrivono convenzionalmente, cioè soggettivamente, la realtà fisica. Le carte mischiano proprietà assolute dello spaziotempo con proprietà relative delle convenzioni dei laboratori ed è difficile determinare quando una proprietà in questo scenario dipende dalla realtà assoluta e quando dipende dalle rappresentazioni soggettive.

La situazione è simile a quello che è successo in geometria differenziale durante il secolo precedente alla relatività. La geometria differenziale è nata come lo studio delle superfici immerse nello spazio ed è subito apparso evidente che tali superfici possono essere descritte solo in modo convenzionale, ad esempio dandone parametrizzazioni locali.

Le parametrizzazioni locali mischiano caratteristiche della superficie a informazioni convenzionali (in linguaggio moderno le coordinate) che sono una scelta della rappresentazione e ben poco hanno a che fare con le proprietà della superficie. Volendo formulare delle quantità che rappresentassero le proprietà assolute della su-

perficie si potrebbe usare oggetti costruiti con la parametrizzazione? Certamente questo è possibile, ma ad un patto: che nota l'espressione della proprietà in una parametrizzazione noi si sia in grado di prevedere la forma della stessa proprietà in ogni altra parametrizzazione, cioè la proprietà sia covariante per cambiamenti di parametrizzazione.

Un esempio classico di tutto questo è la definizione degli integrali sulle varietà. Una volta fissata una parametrizzazione una varietà è localmente indistinguibile da un aperto di  $\mathbb{R}^m$ . E sugli aperti di  $\mathbb{R}^m$  si può calcolare qualunque integrale multiplo per definire dei numeri. Ora ci si chiede se i numeri così ottenuti siano delle proprietà della superficie o della particolare descrizione scelta con la parametrizzazione. È noto che in generale un integrale multiplo dipende dalla parametrizzazione e quindi non costituisce una proprietà assoluta della superficie. Ma è anche noto che esistono particolari integrali multipli (ad esempio gli integrali superficiali) che hanno la proprietà caratteristica di essere indipendenti dalla parametrizzazione. Se si calcola l'integrale superficiale su una varietà (o il flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie) il risultato è indipendente dalla particolare rappresentazione scelta ed esso è una proprietà della superficie.

Detto in altri termini, la geometria differenziale studia le proprietà intrinseche delle superfici (o più in generale delle varietà) che sono quelle proprietà che anche quando sono calcolate usando una parametrizzazione della superficie, a posteriori risultano essere indipendenti da essa. Cioè possiamo *definire* le proprietà intrinseche delle superfici come quelle proprietà che risultano indipendenti dalla parametrizzazione.

L'analogia con la fisica a questo punto dovrebbe essere evidente: la realtà fisica è descrivibile solo attraverso la descrizione soggettiva fornita dagli osservatori nei loro laboratori (come le varietà possono essere rappresentate solo in termini di parametrizzazioni). Le leggi fisiche sono quelle proprietà che, per definizione, possono essere descritte in modo indipendente dall'osservatore (come le proprietà geometriche delle superfici possono essere descritte da quantità invarianti). Le quantità che dipendono dall'osservatore in modo essenziale sono proprietà del-

l'osservatore, non proprietà assolute della realtà fisica.

Quindi le leggi fisiche *devono* poter essere formulate in modo indipendente dalle convenzioni e per questa ragione gli osservatori devono avere tutti lo stesso diritto di descrivere la realtà. Questo è il presupposto per l'esistenza di una rappresentazione assoluta della realtà fisica. Il principio di covarianza è il nucleo di ogni teoria fisica assoluta quale la relatività generale si candida ad essere.

Lo stesso Einstein concedeva che il nome scelto per la sua teoria era stato particolarmente infelice e che si sarebbe dovuta chiamare la teoria assoluta della gravitazione piuttosto che teoria della relatività generale.

## Il principio di equivalenza

In tutto il discorso sul principio di covarianza e sulla descrizione assoluta della realtà fisica non abbiamo neanche nominato il principio di equivalenza, come non abbiamo neanche nominato la gravità. Tutto quello di cui abbiamo discusso finora non riguarda la gravità se non molto indirettamente. Finora abbiamo semplicemente mostrato come si possa dare una descrizione assoluta della realtà, utilizzando descrizioni soggettive e come sia *esattamente* la natura intersoggettiva della conoscenza a garantire l'oggettività della descrizione che ne emerge in questo modo.

Ora possiamo discutere sommariamente come tutto questo possa essere utile a descrivere la gravità nello specifico. In che modo adottando questo schema possiamo costruire una descrizione assoluta della gravità? Anche a questa domanda si può dare una risposta precisa che qui riassumiamo per sommi capi.

Sappiamo qualitativamente che le mele talvolta cadono e chiamiamo questo fenomeno *gravità*. Come possiamo descrivere le leggi fisiche che modellano questo ambito di fenomeni?

Possiamo ipotizzare alcuni fatti generici sulla gravità. In primo luogo ci aspettiamo che il moto dei gravi sia determinato da equazioni differenziali ordinarie, del secondo ordine, perché sappiamo che un moto è univocamente determinato dalla posizione e velocità iniziale. Inoltre il moto dei gravi è una successione di eventi che

quindi è descritta da una traiettoria nello spaziotempo  $M$  che abbiamo costruito sopra. Resta quindi solo da scegliere quali equazioni del secondo ordine possano descrivere il moto dei gravi in modo che valga una qualche forma del teorema di Cauchy che garantisce che date delle condizioni iniziali queste determinino in modo univoco la traiettoria del grave. Potremmo anche cercare di descrivere una fisica non deterministica, ma per ora manterremo un atteggiamento conservatore e ci limiteremo alle equazioni per cui vale il teorema di Cauchy per garantire in forma matematica il determinismo.

Sappiamo che almeno a livello classico (cioè non quantistico) possiamo derivare le grandezze fisiche e possiamo assumere la necessaria regolarità per  $M$  e per le equazioni che descrivono il moto dei gravi. Inoltre queste equazioni devono essere leggi fisiche e quindi covarianti. Ogni laboratorio descrive i gravi in modo diverso ma noi dobbiamo controllare come le diverse descrizioni siano in relazione tra loro, perché sappiamo che lì si nasconde la descrizione assoluta della fisica.

Se ci limitassimo a questo, le nostre considerazioni non sarebbero specifiche dei corpi soggetti alla sola gravità ma si applicherebbero a particelle soggette a qualunque tipo di forza. Il punto è che il principio di covarianza non si applica specificatamente alla gravità ma più in generale alla descrizione assoluta della realtà fisica. Abbiamo quindi bisogno di caratterizzare il moto dei corpi soggetti alla sola gravità, cioè dobbiamo caratterizzare la gravità rispetto alle altre forze. Per ciò possiamo ispirarci a quello che Einstein stesso fece e riconsiderare l'esperimento dell'ascensore descritto sopra in una maniera un po' diversa da quello che si fa di solito. In genere l'esperimento dell'ascensore è utilizzato per mostrare come esistono degli osservatori (quelli in caduta libera) che non avvertono campo gravitazionale (Figura 2).

Per il nostro discorso ci serve andare in una direzione approssimativamente opposta. È anche vero che l'esperimento dell'ascensore mostra che in qualunque circostanza ci sono osservatori che vedono un campo gravitazionale. Anche quando gli osservatori in caduta libera non percepiscono campo gravitazionale, gli altri lo percepiscono. Anche quando siamo sospesi nello spazio pro-

fondo, lontano da ogni corpo celeste, rinchiusi nel nostro ascensore, se l'ascensore accelera verso l'alto percepiamo una forza indistinguibile da un campo gravitazionale diretto verso il basso.

In altri termini, il campo gravitazionale non può essere nullo per tutti e questa è una caratteristica della gravità. Se infatti consideriamo come la forza di Coulomb agisce su una particella, se questa particella è carica subirà delle accelerazioni. Ma se lasciamo descrivere il moto della particella carica da un osservatore con la stessa carica esso subirà la stessa accelerazione e non misurerà alcuna accelerazione della particella. Da questo punto di vista non c'è molta differenza tra campo gravitazionale e campo elettrico.

Ma se usiamo una particella elettricamente neutra essa non risentirà affatto del campo elettrico e non subirà nessuna accelerazione imputabile all'azione del campo elettrico. Su questo qualunque osservatore sarà concorde! In altre parole, il campo elettrico (come qualunque altra forza eccetto la gravità) può essere spento *in modo assoluto* mentre il campo gravitazionale no. Quindi *definiamo* il campo gravitazionale come ciò che resta quando abbiamo spento tutte le interazioni che possono essere spente in modo assoluto e indipendente dall'osservatore.

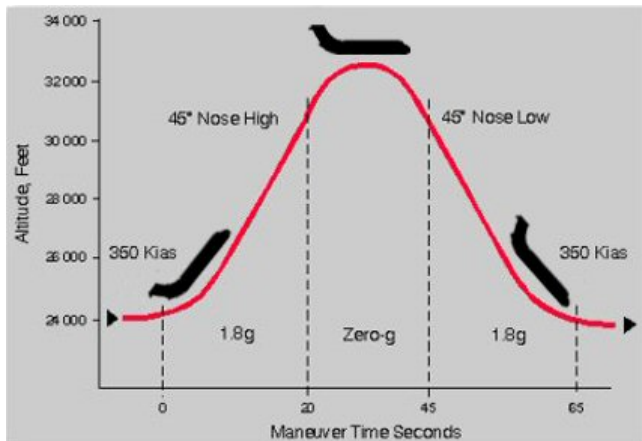
Risparmiando il conto, si può dimostrare matematicamente che esiste un'unica equazione ordinaria del secondo ordine, deterministica (in un opportuno senso) in cui le forze non possono essere spente in modo assoluto, e cioè

$$\ddot{q}^\lambda + \Gamma_{\alpha\beta}^\lambda \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta = \lambda \dot{q}^\lambda \quad (1)$$

Quindi il campo gravitazionale deve essere codificato dalle funzioni  $(\Gamma_{\alpha\beta}^\lambda, \lambda)$  che in effetti determinano completamente la caduta libera dei gravi.

Se andiamo a vedere come le funzioni  $\Gamma_{\alpha\beta}^\lambda$ , si trasformano per cambiamenti di laboratori si scopre facilmente che esse determinano una connessione sullo spaziotempo. Il parametro  $\lambda$  può sempre essere annullato scegliendo opportunamente la parametrizzazione della traiettoria  $q(s)$  e l'equazione (1) ha un preciso significato geometrico: è detta equazione delle geodetiche della connessione  $\Gamma$ .

Il fatto che i gravi siano descritti da questa equazione è una delle forme (la più debole) in



**Figura 2:** Una esperienza di caduta libera può essere effettuata con un aeroplano: dopo una iniziale cabrata il velivolo è mantenuto lungo la traiettoria parabolica che seguirebbe, in assenza di atmosfera, se i motori fossero spenti (a sinistra). All'interno i passeggeri non percepiscono la forza di gravità (a destra), fino a che l'aeroplano non cambia traiettoria.

cui viene formulato il principio di equivalenza. In effetti la connessione  $\Gamma$  non dipende dal grave ma è una struttura geometrica sullo spaziotempo che determina la caduta di tutti i gravi e conseguentemente tutti i gravi cadono secondo le stesse traiettorie nello spaziotempo, indipendentemente da ogni caratteristica del grave stesso.

Possiamo quindi dire che il principio di covarianza (unitamente alla definizione data sopra di gravità) identifica le strutture geometriche che descrivono il campo gravitazionale. Non si tratta ancora della relatività generale così come formulata da Einstein, ma ci si avvicina considerevolmente.

All'epoca della formulazione della relatività generale la teoria generale delle connessioni era agli albori ed erano ben conosciute solo una particolare classe di connessioni che vengono generate da una metrica  $g$  e che oggi sono note come connessioni di Levi-Civita. È stato quindi storicamente e relativamente *facile* per Einstein formulare la relatività generale descrivendo il campo gravitazionale mediante una metrica sullo spaziotempo che induce la caduta dei gravi in termini della connessione di Levi-Civita indotta dal campo gravitazionale.

In relatività generale nella versione formulata da Einstein esiste un'unica metrica  $g$  che in un sol colpo descrive il campo gravitazionale, determina la caduta dei gravi e consente di misurare distanze nello spazio e misurare gli intervalli di tempo (cioè definire gli orologi standard).

Più tardi Ehlers-Pirani-Schild (EPS) all'inizio degli anni settanta hanno tentato di dare una formulazione assiomatica della relatività generale di Einstein fondata sul comportamento di gravi e

raggi di luce. Il loro risultato arriva sorprendentemente vicino all'obiettivo. EPS trovano che la connessione  $\Gamma$  che determina la caduta dei gravi è funzione della metrica e di un campo vettoriale ausiliario sullo spaziotempo. Se il campo vettoriale ammette un potenziale  $\phi$  allora si ottiene la relatività standard di Einstein riferita a una metrica conforme, costruita con la metrica di partenza e il potenziale  $\phi$ . Gli stessi EPS commentano sulla possibilità di aggiungere un assioma che implichi automaticamente la riduzione alla relatività generale standard nella forma originale e lo individuano in una richiesta sulle misure del tempo.

## Il tempo

Il tempo è ciò che gli orologi misurano. Esistono (almeno) due modi diversi di costruire orologi: in uno si prende un sistema il cui comportamento è periodico, ad esempio una molecola che oscilla, e si usa questo sistema per contare le oscillazioni. Questo tipo di orologi in genere usa un sistema quantistico ed è chiamato *orologio atomico*. In alternativa, possiamo prendere due specchi, porli a distanza costante (qualunque cosa ciò significhi visto che oggi noi definiamo le distanze misurando il tempo che impiega la luce a percorrerle) e contando quante volte un raggio di luce rimbalza tra gli specchi. Questo secondo tipo di orologio dipende solo dal campo gravitazionale (visto che le distanze sono definite con la metrica che descrive tale campo) e dal comportamento della luce nello spaziotempo ed è pertanto detto *orologio gravitazionale*.



Ora la relatività generale standard fa una assunzione molto netta sulla relazione tra orologi gravitazionali e atomici. Supponiamo di costruire due orologi, uno gravitazionale e uno atomico e di usare uno di essi per controllare se il ritmo dell'altro si mantiene costante relativamente al primo. Ebbene secondo la relatività generale i due orologi segnano per sempre lo stesso tempo e se EPS accettano questa ipotesi come assioma allora la loro teoria riproduce esattamente la relatività generale standard, la metrica che descrive il campo gravitazionale è la stessa metrica che determina la caduta dei gravi, è la stessa metrica che misura le distanze e i tempi, è la stessa metrica che descrive la propagazione della luce.

Ma, come si sono chiesti gli stessi EPS, quanto possiamo essere certi che orologi atomici e orologi gravitazionali davvero misurano lo stesso tempo? È chiaro che i due tempi sono approssimativamente uguali, ma quanto possiamo spingerci nel definirli *esattamente* uguali? Se non lo fossero, quali effetti dovremmo aspettarci?

## Conclusioni

Finire con delle domande è sempre un buon modo di finire. Possiamo quindi riassumere quanto abbiamo detto.

La teoria della relatività è tre cose insieme.

È la definizione di uno schema fondato sul principio di covarianza generale per ottenere una descrizione assoluta della realtà fisica senza assumere dettagliate teorie preesistenti. Si parte dalla definizione dei laboratori che scelgono arbitrariamente delle convenzioni, osservano il mondo e lo descrivono in termini di liste di numeri. Queste descrizioni sono soggettive in quanto mischiano i dati ottenuti sperando la realtà con le convenzioni del laboratorio.

Quando aggiungiamo la capacità di tradurre i risultati di un laboratorio nel risultato degli altri, automaticamente riusciamo a definire lo spaziotempo che è una descrizione assoluta della realtà osservata dai laboratori.

Parafrasando in termini filosofici, si potrebbe dire che lo spaziotempo è un modello fedele della realtà. Il modello è assoluto in quanto intersoggettivo, cioè se è vero che un osservatore non può conoscere la realtà a quanto pare la collettività

può, a patto di considerare le descrizioni di tutti sullo stesso piano. Si può dire che la conoscenza è possibile solo nella misura in cui la scienza è un processo collettivo e democratico. E questa è di per sé una conclusione suggestiva.

In secondo luogo la relatività generale è la constatazione che il campo gravitazionale può essere identificato con la struttura geometrica dello spaziotempo. Tale constatazione è possibile in virtù del principio di equivalenza, nella sua forma più debole che è descritta in pratica dall'esperimento dell'ascensore e che è indipendente dal ogni conoscenza della relatività speciale. Il campo gravitazionale è quello che resta quando spegniamo tutto quello che è possibile spegnere in modo assoluto.

Infine, la relatività generale è una teoria particolare del campo gravitazionale formulata da Einstein e Hilbert cento anni fa che sceglie una particolare dinamica del campo gravitazionale, quella (essenzialmente unica) dinamica che è compatibile con l'assunzione che orologi atomici e gravitazionali misurino lo stesso tempo. In tale teoria il campo gravitazionale è la struttura geometrica dello spaziotempo, come prescritto al punto 2, ed è generalmente covariante, come prescritto al punto 1. Questa specifica teoria è stata confermata da tutte le osservazioni fatte nell'ultimo secolo e nel prossimo futuro altre conferme arriveranno.

Se questa teoria fallirà, le sue debolezze probabilmente, come è già avvenuto per la teoria di Newton, non saranno in prima battuta evidenziate dalle osservazioni. Le sfide che la teoria deve affrontare vengono dalla compatibilità con la meccanica quantistica, o da osservazioni che siano sensibili alle scale galattiche o cosmologiche, che quindi attualmente sono concepibili solo in qualità di esperimenti concettuali.



- [1] J.D. NORTON: *General covariance, gauge theories and the Kretschmann objection*, in: Katherine Brading and Elena Castellani (eds.), *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge University Press. 110–123 (2003)
- [2] J.M. LEE: *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer-Verlag (2006).
- [3] [Wiki on Manifolds](#)

- [4] V. PERLICK: "Characterisation of Standard Clocks by Means of Light Rays and Freely Falling Particles", *Gen. Rel. Grav.* **19** (1987) 1059–1073.
- [5] J. EHLERS, F.A.E. PIRANI, A. SCHILD: *The geometry of free fall and light propagation* In: O’Raifeartaigh, L. (ed.) *General Relativity: Papers in Honour of J. L. Synge*, pp. 63–84. Clarendon Press, Oxford (1972)
- [6] [Wiki on GPS](#)



**Lorenzo Fatibene:** è professore di fisica matematica presso l’Università di Torino. Si occupa di metodi geometrici per le teorie di campo, in particolare per teorie relativistiche e covarianti.





---

# Macro / micro / retro *lensing* gravitazionale

*Of course there is not hope in observing this phenomenon directly. First, we shall scarcely ever approach closely enough to such a central line. Second, the angle beta will defy the resolving power of our instruments.*

Albert Einstein, 1936  
(dalla lettera all'Editore di Science)

**Francesco De Paolis, Mosè Giordano,  
Gabriele Ingrosso, Luigi Manni,  
Achille Nucita, Francesco Strafella**

Dipartimento di Matematica & Fisica "Ennio De Giorgi",  
Università del Salento

---

**D**opo esattamente un secolo dalla formulazione della Teoria della Relatività Generale, una delle sue conseguenze più affascinanti e importanti è il fenomeno della lente gravitazionale che ormai è diventato un potente metodo di indagine in astrofisica e cosmologia. Esso è infatti utilizzato con regolarità per studiare la distribuzione delle stelle nella Via Lattea, per indagare sia la materia oscura che l'energia oscura su grandissima scala e per scoprire pianeti extrasolari. Grazie agli sviluppi tecnologici, un'ulteriore utilizzo del metodo dovrebbe permettere in breve tempo di misurare i parametri fondamentali (massa, momento angolare e carica elettrica) del buco nero di grande massa al centro della nostra galassia.

## Introduzione

Nel 1911, mentre era ancora impegnato nello sviluppo della Teoria della Relatività Generale (che sarà poi pubblicata nel 1916), Einstein effettuò il primo calcolo della deflessione della luce da parte del Sole [1]. Egli calcolò correttamente che un corpo massivo potesse agire da lente gravitazionale deviando la direzione di propagazione dei raggi luminosi radenti alla superficie dell'astro, ma il risultato numerico ottenuto per l'angolo di deflessione (si veda il riquadro *L'approssimazione Newtoniana*), basato sulla fisica Newtoniana, era sbagliato di un fattore due. Il 14 dicembre 1913 scrisse ad Hale, uno degli astronomi più famosi dell'epoca, chiedendogli se fosse possibile misurare un angolo di deflessione pari a 0.87 secondi d'arco. La risposta di Hale fu negativa ma Einstein non si diede per vinto e quando nel 1915 rifecce il calcolo trovò il valore corretto  $\phi = 2r_s/b$  (dove  $r_s = 2GM/c^2$  è il raggio di Schwarzschild e  $b$  è il parametro di impatto dei raggi di luce provenienti dalla sorgente), che corrisponde ad un

## L'approssimazione Newtoniana

Il *lensing gravitazionale* è la deflessione della traiettoria dei raggi luminosi in presenza di un campo gravitazionale: in un certo senso i fotoni sono attratti dal campo gravitazionale del corpo che agisce dunque da lente. La prima discussione qualitativa di questo fenomeno risale al 1704 ad opera dello stesso Newton [8] ed il primo calcolo dell'angolo di deflessione, usando naturalmente la gravitazione Newtoniana, fu pubblicato nel 1804 da Soldner. Allo stesso risultato giunse anche Einstein nel 1911 [1].

Facendo riferimento alla Figura 1 il calcolo procede nel seguente modo. Sia  $M$  la massa di una stella (ad esempio del Sole). La componente sull'asse  $x$  della forza che agisce sulla particella con massa  $m$  nel punto  $(b, y)$ , dove  $b$  è il parametro di impatto, è

$$F_x = -GmM \frac{b}{(b^2 + y^2)^{3/2}} \quad (1)$$

dove abbiamo indicato con  $G$  la costante gravitazionale. Poiché  $mdv_x/dt = F_x$  abbiamo

$$\frac{dv_x}{dt} = -GM \frac{b}{(b^2 + y^2)^{3/2}} \quad (2)$$

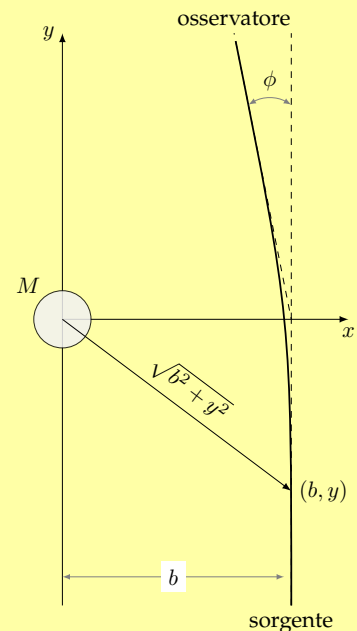
ed integrando sul tempo  $t$  otteniamo il valore finale della velocità  $v_x$

$$v_x = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{GMb}{(b^2 + y^2)^{3/2}} dt = -\frac{2GMb}{v_y} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(b^2 + y^2)^{3/2}} = -\frac{2GM}{cb} \quad (3)$$

dove nell'ultima espressione abbiamo posto  $v_y = c$ . Questo risultato è indipendente dalla massa  $m$  della particella deflessa e quindi applicabile anche al fotone che ha massa a riposo nulla. Nel caso del Sole abbiamo  $b = R \simeq 7 \times 10^5$  km ed  $M = M_{\odot} \simeq 2 \times 10^{33}$  g e la deflessione angolare risulta essere

$$\phi \simeq \frac{|v_x|}{c} \simeq \frac{2GM}{Rc^2} = \frac{r_s}{R} \simeq 0.87'' \quad (4)$$

dove abbiamo indicato con  $r_s$  il raggio di Schwarzschild. Il valore che si ottiene in Relatività Generale usando l'approssimazione di campo gravitazionale debole è esattamente il doppio [9].



**Figura 1:** Schema per il calcolo della deflessione della luce: la traiettoria dei fotoni con parametro di impatto  $b$  è deviata dal campo gravitazionale del Sole.

angolo di deflessione di  $1.75''$  nel caso del Sole (si veda il riquadro *L'approssimazione relativistica in campo debole*). Questo risultato fu clamorosamente confermato durante l'eclisse di Sole del 1919 [2].

Nel 1924 Chwolson [3] studiò il caso particolare in cui sorgente, lente ed osservatore sono perfettamente allineati e notò la possibilità di osservare un anello luminoso quando una sorgente stellare lontana è soggetta all'effetto lente di una stella di grande massa. Nel 1936, dietro sollecitazione di un ingegnere ceco, Rudi Mandl, Einstein pubblicò un articolo su *Science* in cui descriveva l'effetto di lente gravitazionale prodotto da una stella su un'altra, nonché la formazione di un anello luminoso, oggi denominato *anello di Einstein*, lo sdoppiamento di immagini, la loro posizione e amplificazione [6]. Tuttavia, Einstein lo considerava un effetto oltremodo curioso e di nessuna utilità pratica, concludendo che non vi era speranza di osservare direttamente questo fenomeno (si veda la citazione accanto al titolo).

Su questo punto Einstein aveva torto: sottovalutava il progresso tecnologico e non aveva previsto le motivazioni che oggi ci inducono a sfruttare ampiamente le lenti gravitazionali. In effetti, il fisico svizzero Zwicky, dopo aver letto l'articolo di Einstein e dietro suggerimento di un collega che era stato anch'egli interpellato dal tenace Ing. Mandl, comprese immediatamente che le galassie dovevano esser in realtà delle lenti gravitazionali molto più potenti delle singole stelle e potevano generare immagini con una separazione angolare sufficientemente grande da essere osservabili. In due lettere pubblicate nel 1937 Zwicky [4] fece notare che l'osservazione di *lensing* da galassie, oltre a fornire una ulteriore verifica della Relatività Generale, a causa dell'effetto di amplificazione gravitazionale della luce, avrebbe potuto consentire di osservare oggetti altrimenti invisibili e permettere di determinare in modo più diretto ed accurato la massa dinamica della galassia che funge da lente. Egli dichiarò anche che la probabilità di individuare galassie che si comportano da lenti gravitazionali poteva diventare una certezza, mentre la probabilità di individuare un evento di *microlensing* gravitazionale, termine introdotto da Paczyński nel 1986 [5] era praticamente nulla.

Tutto ciò è di una incredibile attualità e mo-

### Potere risolutivo

Il potere risolutivo di un telescopio è la capacità di separare due oggetti vicini. Uno strumento ideale, detto *diffraction limite*, può separare due sorgenti se si trovano ad una distanza angolare maggiore di  $\delta\theta = 1.22\lambda/D$ , essendo  $\lambda$  la lunghezza d'onda della luce e  $D$  il diametro del telescopio. Il telescopio spaziale Hubble (HST) ha un potere risolutivo di circa  $0.05''$

stra la grande preveggenza di questo eclettico scienziato. In effetti, fu solo nel 1979 che il primo esempio di lente gravitazionale fu osservato effettivamente nel cielo, il quasar doppio QSO 0957+561 a/b [7], seguito a breve dalla scoperta di decine di altre lenti gravitazionali, anelli di Einstein e archi gravitazionali in ammassi di galassie. Tutta questa fenomenologia gioca un ruolo rilevante oggigiorno per la comprensione dell'evoluzione delle strutture nell'universo e la determinazione dei parametri del cosiddetto modello cosmologico standard.

In effetti ci sono diversi regimi nel *lensing* gravitazionale a seconda che le immagini della sorgente siano separabili da un telescopio o meno (vedi l'inserito *Potere risolutivo*). Nel caso in cui la lente gravitazionale sia costituita da un'intera galassia, le immagini che si formano sono tipicamente a distanza angolare maggiore di circa  $0.1 - 1''$  e quindi separabili. Questo fu il caso considerato da Zwicky e il *lensing* gravitazionale in questo regime è definito *macrolensing*.

Einstein invece considerava il caso di *lensing* stella-su-stella, quando la distanza angolare tra le due immagini è dell'ordine del  $\mu\text{arcsec}$  ( $1\mu\text{arcsec}$  è pari ad un milionesimo di secondo d'arco), chiaramente non separabili dai telescopi attualmente a disposizione degli astronomi. In questo caso si parla infatti di *microlensing* e quello che si dovrebbe osservare è piuttosto una variazione della brillantezza di una sorgente la cui luminosità dovrebbe, a causa del moto relativo della lente rispetto alla sorgente, dapprima aumentare, poi raggiungere un massimo e, infine, decrescere ritornando al valore di base. Mezzo secolo dopo la nota pessimistica di Einstein del 1936 i

## L'approssimazione relativistica in campo debole

Il modo più semplice per ricavare l'angolo di deflessione in approssimazione relativistica (in campo debole) è quello di partire dalla metrica di Schwarzschild <sup>a</sup>.

Questa descrive lo spazio-tempo attorno ad un oggetto massivo a simmetria sferica, solo nelle due coordinate  $(t, r)$ :

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 \quad (5)$$

mentre la metrica di Minkowski è  $ds^2 = c^2 dt'^2 - dr'^2$ . Un raggio di luce segue il percorso definito da  $ds = 0$ . Quindi si ha  $c = dr'/dt'$  mentre dalla (5) si ottiene  $v = dr/dt = c(1 - r_s/r)$ . Al primo ordine post-Newtoniano l'effetto della curvatura dello spazio-tempo sul cammino di un raggio di luce può essere espresso in termini di un indice di rifrazione effettivo  $n$  dato da

$$n = \frac{c}{v} = \frac{dr'}{dt'} \frac{dt}{dr} = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \simeq 1 + \frac{r_s}{r} \simeq 1 - \frac{2}{c^2} \Phi \quad (6)$$

dove  $\Phi = -GM/r$ . Quando i raggi di luce passano attraverso un campo gravitazionale, l'angolo di deflessione è l'integrale sul percorso del gradiente dell'indice di rifrazione effettivo perpendicolare al percorso, cioè

$$\phi = - \int \nabla_{\perp} n dl = \frac{2}{c^2} \int \nabla_{\perp} \Phi dl \quad (7)$$

Poiché in genere  $\phi$  è un angolo molto piccolo possiamo semplificare l'integrale integrando non sul cammino del raggio deflesso ma considerando il cammino rettilineo con lo stesso parametro di impatto. Si ha dunque

$$\Phi = -\frac{GM}{(b^2 + y^2)^{1/2}} \quad \rightarrow \quad \nabla_{\perp} \Phi(b, y) = \frac{GMb}{(b^2 + y^2)^{3/2}} \quad (8)$$

L'angolo di deflessione è dunque

$$\phi = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{GMb}{(b^2 + y^2)^{3/2}} dy = \frac{2}{c^2} \frac{2GM}{b} = \frac{4GM}{bc^2} = 2 \frac{r_s}{b} \quad (9)$$

Nel campo gravitazionale del Sole si ottiene  $\phi \simeq 1.75''$ , in perfetto accordo con le osservazioni.

<sup>a</sup>Per una trattazione più rigorosa si veda l'articolo di Corianò et al. in questo stesso numero di *Ithaca*.

tempi erano però diventati maturi per la *microlensing* gravitazionale. A rilanciare l'argomento fu l'articolo del 1986 di Paczyński nel quale si proponeva di monitorare contemporaneamente decine di milioni di stelle nella Grande Nube di Magellano (LMC) alla ricerca di variazioni peculiari della curva di luce delle stelle. L'idea alla base di questa proposta era di verificare l'ipotesi che la materia oscura necessaria per rendere conto della piatezza della curva di rotazione della Via Lattea potesse essere composta in maggior parte da oggetti compatti come nane bianche, nane brune, pianeti orfani (o *free-floating planets*),

etc. Fu coniato anche il termine MACHOs (da Massive Astrophysical Compact Halo Objects) per queste microlenti gravitazionali ed i primi due eventi di *microlensing* furono scoperti nel 1993 dalle collaborazioni EROS e MACHO verso le Grandi Nubi di Magellano (LMC).

Oggi vi sono diverse collaborazioni che scrutano non solo le Nubi di Magellano ma anche il Bulge della Via Lattea e la galassia di Andromeda. Il *microlensing* è quindi diventata una tecnica standard non solo per dedurre la distribuzione di stelle e MACHOs nella nostra galassia ed in quelle vicine ma anche per scoprire pianeti extrasola-



ri. Attualmente ne sono stati scoperti 34 con questa tecnica (si veda <http://www.exoplanet.eu/>) che, sebbene dispendiosa in termini di tempo d'osservazione richiesto e conseguente notevole mole di dati da analizzare, è in realtà talmente potente da rendere possibile addirittura la scoperta di pianeti nelle galassie vicine [10]. Si noti che la scala del *microlensing* per individuare pianeti di massa terrestre è quella del *nanolensing*, vale a dire l'angolo di deflessione generato da un pianeta terrestre orbitante attorno ad una stella lente è dell'ordine del milionesimo di arcosecondo. È ormai risaputo che pianeti di questo tipo siano stati già individuati studiando in dettaglio la curva di luce di eventi di *microlensing* verso il Bulge della Galassia.

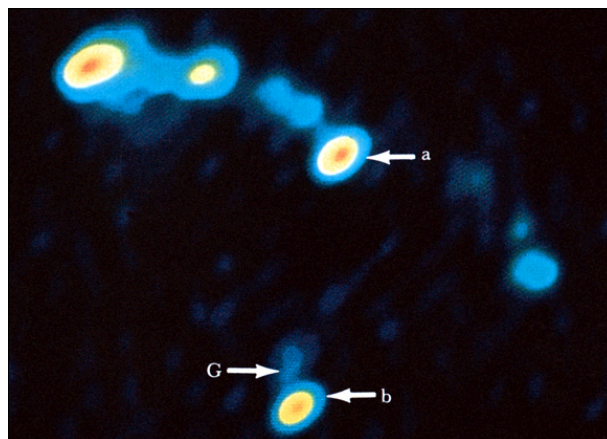
Le scale del *lensing* gravitazionale considerate fino ad ora implicano, ovviamente, angoli di deflessione molto piccoli, e riguardano sempre sistemi in cui l'approssimazione di campo gravitazionale debole si applica praticamente in maniera perfetta. Vi è comunque un caso molto interessante in cui l'approssimazione suddetta non è valida e gli angoli di deflessione sono tutt'altro che piccoli: quando i raggi di luce passano non molto lontano dall'orizzonte degli eventi di un buco nero (BH, dall'inglese *black hole*). L'idea è contenuta nell'ultimo articolo scientifico scritto (in collaborazione con D. Holz) da una delle personalità più influenti nel campo della Relatività Generale, J. A. Wheeler [11]. Si veda per questo l'ultima sezione dell'articolo.

## Macrolensing

I quasar sono gli oggetti celesti più brillanti che conosciamo e per la loro estrema luminosità risultano visibili a miliardi di parsec di distanza<sup>1</sup>. Dopo l'identificazione del primo quasar nel 1963, questi oggetti rimasero a lungo un mistero ma oggi sappiamo che la loro intensa emissione è generata dall'accrescimento di materia su un buco nero di grande massa, ovvero di massa dell'ordine di grandezza del miliardo di masse solari.

Osservato al telescopio, un quasar appare come un oggetto puntiforme estremamente brillante, molto simile ad una stella. Da qui infatti il nome di *oggetto quasi stellare* abbreviato in quasar.

<sup>1</sup>Un parsec equivale ad una distanza di circa tre anni luce.

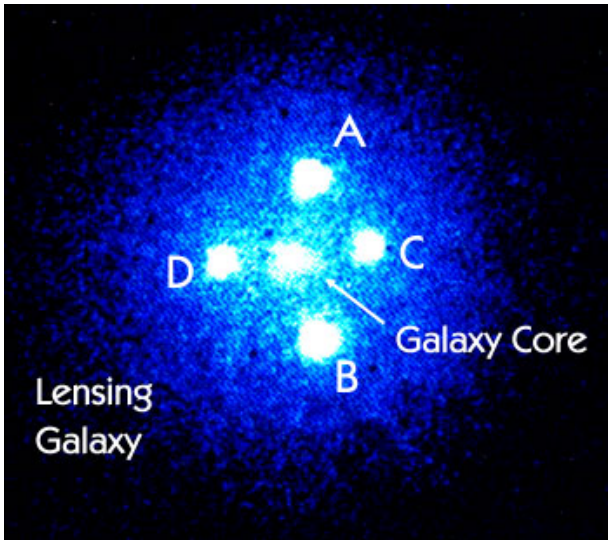


**Figura 2:** Le due immagini a e b del QSO 0957+561. La galassia che fa da lente gravitazionale è indicata con G.

Fu proprio legato ad un quasar (QSO 0957+561) il primo evento di lente gravitazionale osservato nel 1979 che, sebbene previsto teoricamente, colse ugualmente di sorpresa gli astronomi. L'esistenza di due oggetti (indicati con a e b nella Figura 2) separati da circa 6'' e caratterizzati da uno spettro identico permise di concludere presto che essi erano l'immagine sdoppiata dello stesso quasar.

Zwicky aveva perfettamente ragione e le galassie funzionavano benissimo come lenti gravitazionali. Qualche tempo dopo si identificò anche la galassia che faceva da lente gravitazionale e si stabilì che la sua massa dinamica, responsabile della deflessione della luce proveniente dal quasar e della formazione delle immagini, era almeno dieci volte maggiore della massa visibile. Questo quasar doppio è anche stato il primo caso in cui è stato misurato il ritardo d'arrivo dei fotoni tra le due immagini (circa 420 giorni) dovuto al fatto che i fotoni che formano le due immagini fanno dei percorsi differenti passando attorno alla galassia-lente e ciò ha permesso di ottenere una stima indipendente della massa dinamica della galassia. Si possono vedere anche quattro immagini dello stesso quasar come nel caso della cosiddetta *Croce di Einstein* (Figura 3). Altre volte, quando lente e sorgente sono allineate si può osservare l'anello di Einstein più o meno completo, come nel caso dell'oggetto MG1654-1346 in Figura 4.

La Sloan Digital Sky Survey (SDSS) ha effettuato una ricognizione di oltre un quarto del cielo in cerca di immagini multiple di quasar e galassie

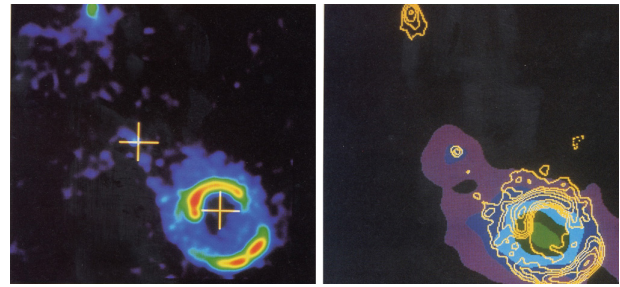


**Figura 3:** Le quattro immagini del QSO 2237+0305 detto anche Croce di Einstein.

sotto l'effetto del *lensing* gravitazionale, trovandone moltissimi esempi. Oltre alle immagini multiple, effetto del cosiddetto *strong lensing*, la SDSS ha anche trovato una moltitudine di archi, archetti e galassie deformate dall'effetto di lente gravitazionale (questo effetto va sotto il nome di *weak lensing*) della materia interposta tra osservatore e sorgenti lontane (Figura 5).

La caratteristica principale del *weak lensing*, o *lensing* debole, è la deformazione della forma delle galassie di fondo la cui luce passa attraverso una certa distribuzione di massa, ad esempio un ammasso di galassie, che si comporta da lente gravitazionale. In effetti, il *lensing* gravitazionale produce due effetti sull'immagine di una sorgente: la *convergenza* e la *deformazione*. Il primo amplifica la brillantezza della sorgente mentre il secondo è responsabile della deformazione tangenziale dell'immagine. Mentre l'effetto di convergenza è di difficile utilizzo in pratica, dato che la luminosità intrinseca della sorgente non è in genere nota, l'effetto di deformazione delle immagini e il loro orientamento è utilizzabile con il sostegno di considerazioni statistiche che ci dicono come sono distribuite (e orientate) le forme delle galassie sorgenti.

Sia il *lensing* forte che quello debole ci consentono di ottenere informazioni importantissime per la struttura a grande scala dell'Universo e la Cosmologia. L'analisi della frequenza delle immagini multiple ed il ritardo temporale tra le immagini, dovuto al fatto che la luce segue dei



**Figura 4:** Un anello di Einstein quasi perfetto della sorgente MG1654-1346 rilevato con osservazioni ottiche (a sinistra) e con osservazioni radio (immagine di destra).

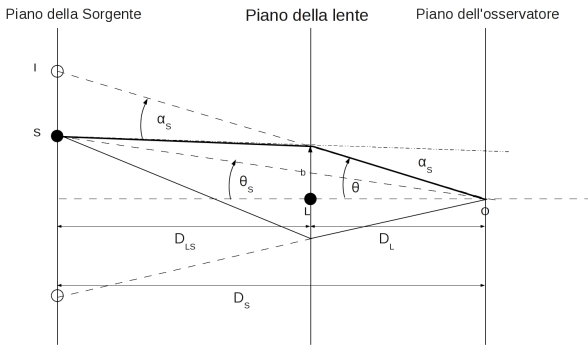


**Figura 5:** Un'immagine ripresa dalla SDSS.

percorsi diversi, consente, tra l'altro, di stimare la costante di Hubble  $H_0$ . Il ritardo temporale è infatti dato dalla differenza delle distanze percorse dalla luce proveniente dalle immagini ed è per questo inversamente proporzionale alla costante di Hubble, come fu compreso per primo da Refsdal nel 1964. Inoltre, il *lensing* debole è un mezzo potentissimo per studiare sia la materia oscura che l'energia oscura su grandissima scala ed è per fare una panoramica di tutto il cielo che sarà lanciato nei prossimi anni il satellite Euclid dell'ESA (Agenzia Spaziale Europea). L'obiettivo principale di questa missione è appunto quello di utilizzare l'effetto di *lensing* debole per ottenere la distribuzione della materia oscura attraverso la distorsione delle immagini delle galassie di fondo (generata dalle inhomogeneità di massa lungo la linea di vista) e misurare il contributo dell'energia oscura determinando il redshift di decine di milioni di galassie.

## Microlensing

Come abbiamo già accennato, nella Teoria della Relatività Generale i campi gravitazionali sono responsabili della curvatura dello spazio-tempo



**Figura 6:** Schema per il calcolo dell'equazione della lente.

e i raggi di luce seguono delle *geodetiche nulle* (le curve di minima distanza in uno spazio-tempo curvo). Segue quindi che quando un raggio di luce proveniente da una sorgente lontana interagisce con il campo gravitazionale di un corpo dotato di massa, esso devia la sua traiettoria di un angolo  $2r_s/b$ , come presentato nel riquadro *L'approssimazione relativistica in campo debole*, dove  $r_s$  è il raggio di Schwarzschild del corpo dotato di massa che funge da lente gravitazionale e  $b$  il parametro di impatto caratteristico dell'interazione.

È istruttivo confrontare una lente gravitazionale con il caso ideale di una lente sottile propria dell'ottica geometrica e comprendere la fenomenologia alla base di un evento di micro-lente che coinvolge oggetti di taglia stellare. Nella Figura 6 riportiamo un singolo raggio di luce che, interagendo con la lente  $L$ , devia dalla sua traiettoria originaria dell'angolo  $\alpha_S = 2r_s/b$  previsto dalla teoria. Nel piano della sorgente si formano quindi due immagini, le sorgenti virtuali rappresentate mediante cerchi nella figura, le cui posizioni angolari rispetto al riferimento utilizzato sono note una volta che sia risolta *l'equazione della lente* (si veda il riquadro corrispondente), una trasformazione conforme che lega la posizione  $\theta_S$  della sorgente a quella dell'immagine  $\theta$  in maniera univoca e prevedibile.

L'equazione della lente può essere riscritta nella forma  $\theta^2 - \theta_S \theta - \theta_E^2 = 0$ , se si introduce il *raggio angolare di Einstein*  $\theta_E$  che rappresenta la scala caratteristica del fenomeno. Per ogni data posizione  $\theta_S$  della sorgente, le posizioni angolari delle immagini possono essere facilmente calcolate. In Figura 7, riportiamo le immagini che sarebbero viste da un osservatore nelle diverse configurazioni possibili. All'estrema sinistra, la

## Equazione della lente

Facciamo riferimento alla Figura 6. L'angolo di deflessione è, come descritto nel riquadro *L'approssimazione relativistica in campo debole*,  $\alpha(b) = 2GM/(c^2b)$  e si ha inoltre  $\alpha = \theta_S + \theta$ . Le posizioni angolari della sorgente e della sua immagine sono legate dalla cosiddetta equazione della lente:

$$\theta_S = \theta - \frac{D_{LS}}{D_S D_L} \frac{4GM}{c^2 \theta} \quad (10)$$

Nel caso di perfetto allineamento, quando  $\theta_S = 0$ , si trova il raggio angolare di Einstein che è il raggio angolare di un anello dato da

$$\theta_E = \left( \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S D_L} \right)^{1/2} \quad (11)$$

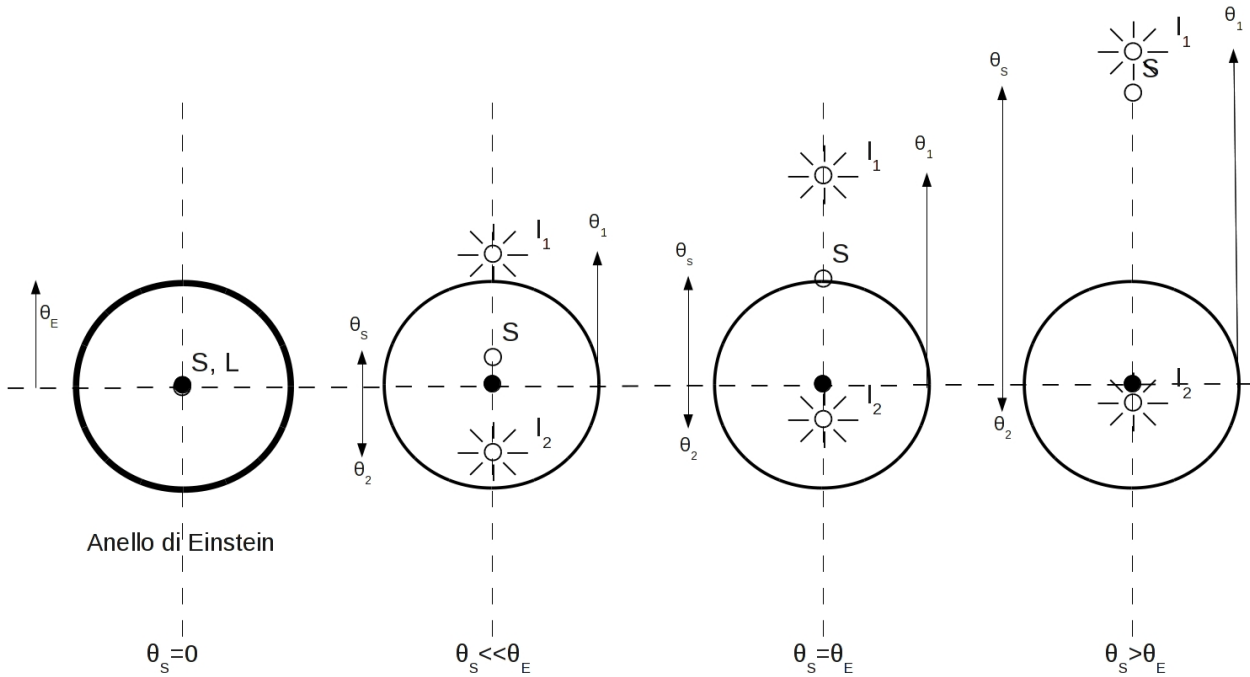
mentre il raggio di Einstein è

$$R_E = \theta_E D_L = \left( \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS} D_L}{D_S} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Risolvendo l'equazione della lente si ottiene la distanza angolare delle immagini di una sorgente vista sotto un angolo  $\theta_S$ . La Figura 7 mostra in particolare la formazione delle immagini della sorgente nel caso di perfetto allineamento ( $\theta_S = 0$ ), quando  $\theta_S \ll \theta_E$ , se  $\theta_S = \theta_E$  e nel caso in cui  $\theta_S \gg \theta_E$ .

sorgente  $S$  è direttamente dietro alla lente  $L$  e la simmetria circolare del problema suggerisce che debba formarsi un anello luminoso centrato sulla lente e di raggio pari a  $\theta_E$ . In ogni altro caso, l'immagine della sorgente è duplicata nelle immagini  $I_1$  (primaria) e  $I_2$  (secondaria) con la particolarità che, al crescere del valore del parametro di impatto, l'immagine secondaria si avvicina alla lente mentre la primaria se ne allontana. Nel limite di grandi distanze  $\theta_S$ , ultimo pannello a destra, l'immagine  $I_1$  converge alla posizione della sorgente mentre la  $I_2$  si confonde con la lente diminuendo, come vedremo, la propria intensità luminosa. Per grandi valori del parametro d'impatto il fenomeno della lente gra-





**Figura 7:** Posizioni angolari dell'immagine primaria ( $I_1$ ) e secondaria ( $I_2$ ) per quattro diversi valori del parametro di impatto  $\theta_S$ . Si è adottata l'ipotesi che la sorgente  $S$  sia puntiforme.

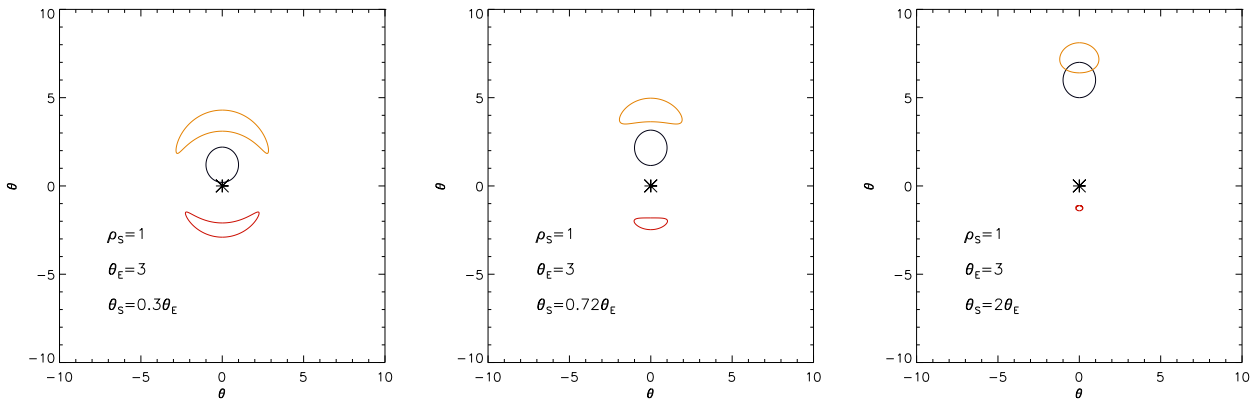
vitazionale cessa quindi di esistere e la stella si riosserverà nella sua posizione originaria.

Osservare le immagini multiple in un evento di microlente gravitazionale è però molto difficile anche con la strumentazione più moderna. Ad esempio, nel caso di quasi perfetto allineamento ( $\theta_S \ll \theta_E$ ), le due immagini si formano a  $\theta_1 \simeq \theta_E + \theta_S/2$  e  $\theta_2 \simeq -(\theta_E - \theta_S/2)$ , quindi la loro separazione angolare è  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 \simeq 2\theta_E$ . Per una stella al centro della nostra Galassia distante circa 8000 parsec, che subisce l'effetto di lente ad opera di un oggetto della massa del Sole posto a metà strada lungo la direzione di vista, il raggio angolare di Einstein corrispondente è  $\simeq 0.001''$ : la distanza angolare tra le immagini è, quindi, molto al di sotto del potere risolutivo di HST. Come possiamo allora osservare un evento di micro-lente gravitazionale?

Le immagini multiple di una sorgente che subisce l'effetto di lente gravitazionale non appaiono in generale ugualmente brillanti e da esse riceviamo infatti flussi, o equivalentemente magnitudini, differenti. Queste differenze possono essere descritte in termini della *amplificazione* e del principio della conservazione dell'intensità specifica o brillantezza  $I$ . Questa quantità è definita come l'energia che attraversa una superficie  $dA$ , nell'intervallo di frequenze  $d\nu$ , nel tempo

$dt$  e nell'angolo solido  $d\omega$  attorno alla normale alla superficie. Infatti l'intensità specifica della radiazione si conserva in assenza di fenomeni come l'assorbimento, la diffusione interstellare o l'effetto di spostamento verso il rosso dovuto alla velocità relativa di allontanamento tra sorgente e osservatore. Questo è anche una conseguenza del teorema di Liouville che stabilisce che la densità di stati nello spazio delle fasi è conservata se le forze interagenti sono di tipo non collisionale. La gravità soddisfa a questo criterio giacché essa è debole, agisce su grandi distanze e lo spazio interstellare è, nella maggior parte dei casi, trasparente. Non deve quindi sorprendere che nella Teoria della Relatività Generale l'intensità specifica si conservi in presenza dell'effetto di lente gravitazionale. Le immagini di una sorgente non puntiforme che subisce l'effetto di lente possono essere amplificate o de-amplificate (si veda ad esempio la Figura 8). Se l'immagine è amplificata, essa sottende un angolo solido maggiore rispetto a quello sotteso dalla sorgente in assenza della lente. Poiché questa immagine possiede la stessa intensità specifica, potenza per steradiante, della sorgente, allora l'integrale sull'angolo solido è maggiore e l'osservatore misurerà un flusso più grande. Analogamente, se l'immagine è de-amplificata, il prodotto di un angolo solido



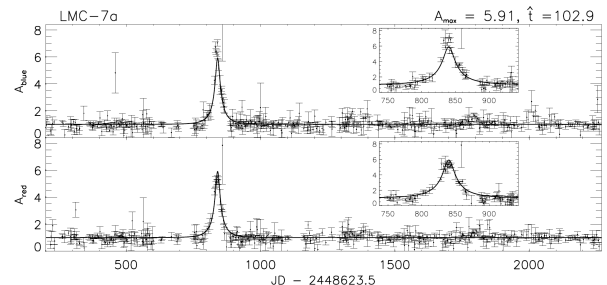


**Figura 8:** Come in Figura 7 ma con una trasformazione conforme del bordo di una sorgente estesa ad opera di una lente puntiforme. Ogni punto sul disco della sorgente di raggio  $\rho_S$ , in unità arbitrarie, si comporta come una sorgente puntiforme. Il cerchio nero rappresenta il disco della sorgente mentre gli archi rossi e gialli rappresentano le immagini, primarie e secondarie, deformate.

più piccolo per una intensità specifica invariata determina un flusso misurato minore di quello che si avrebbe nel caso della sorgente senza effetto di lente. Nell'approssimazione che considera le dimensioni finite della sorgente (di flusso  $F_S$ ), assumendo  $\theta_E \leq \theta_S$ , è possibile dimostrare che la amplificazione  $A$  di una immagine alla posizione angolare  $\theta$  è data da  $(1 - \theta_E^4/\theta^4)^{-1}$  in modo che il flusso osservato per l'immagine in questione sia  $F = AF_S$ . Man mano che il disco della sorgente si allontana dalla lente, i fattori di amplificazione, inizialmente grandi,  $A_1$  e  $A_2$  delle due immagini tendono a decrescere in magnitudine. In particolare, per  $\theta_S \gg \theta_E$ , la soluzione dell'equazione della lente dà per l'immagine  $I_1$  una posizione angolare  $\theta_1 \gg \theta_E$  ed una amplificazione  $A_1$  che si avvicina all'unità. Al contrario, l'amplificazione  $A_2$  della immagine  $I_2$  decresce verso lo zero.

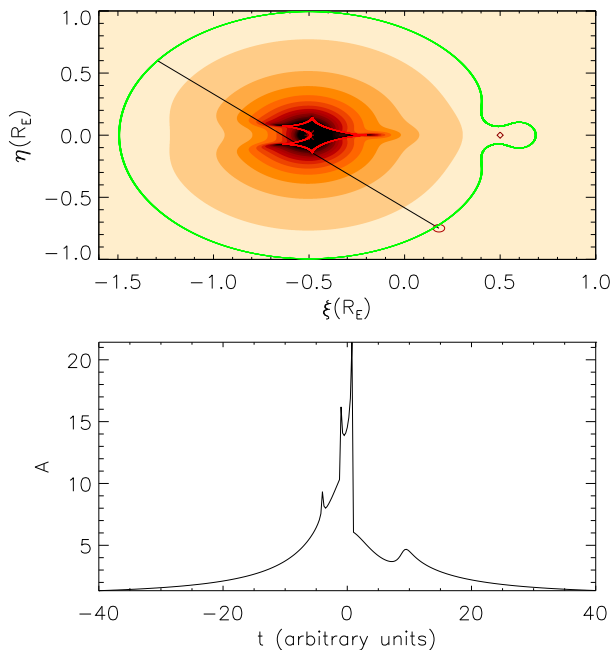
Come abbiamo già detto, le immagini multiple associate ad una micro-lente non sono, attualmente, risolvibili come immagini separate e, pertanto, l'osservatore vedrà una singola immagine costituita dalla sovrapposizione di quella primaria e secondaria. In questo caso, sommando le singole amplificazioni, si ottiene la forma classica del fattore di amplificazione, ovvero  $A = (u^2 + 2)/\sqrt{u^2(u^2 + 4)}$  dove  $u$  è il parametro di impatto adimensionale definito come  $u = \theta_S/\theta_E$ . Se la lente e la sorgente sono in moto relativo,  $u$  varia nel tempo e si ottiene la cosiddetta *curva di Paczyński*, la cui forma è evidenziata dal fit dei dati osservativi mostrati in Figura 9. In

generale, si definisce *caustica* il luogo geometrico dei punti del piano della lente in corrispondenza dei quali l'amplificazione diviene, in approssimazione di sorgente puntiforme, infinita. Nel caso di una lente singola la caustica corrisponde ad un punto coincidente con la posizione della lente, sicché il fattore di amplificazione diverge quando il parametro di impatto va a zero. Tuttavia, dato che le sorgenti reali non sono mai puntiformi, l'amplificazione che si osserva risulta sempre finita.



**Figura 9:** Una tipica curva di microlensing gravitazionale osservata in due bande fotometriche. La curva si riferisce ad un evento osservato dalla collaborazione MACHO [12] verso le Grandi Nubi di Magellano (LMC).

Osservando che circa il 50% delle stelle si trova in un sistema binario e che gli osservatori attuali stanno scoprendo migliaia di sistemi planetari, il *microlensing* può essere generalizzato considerando una lente doppia o, addirittura, multipla. In questo caso l'equazione della lente assume una forma più complicata rispetto al caso puntiforme ma può, in ogni caso, essere risolta con metodi



**Figura 10:** Mappa di amplificazione per un sistema binario caratterizzato da due oggetti separati da una distanza (proiettata nel piano del cielo)  $b = 1R_E$  e rapporto di massa  $q = 0.01$ . Il corpo di massa maggiore è rappresentato da un asterisco. Le curve chiuse verde e rossa rappresentano, rispettivamente, la curva critica e caustica che derivano dalla soluzione dell'equazione della lente. La linea nera rappresenta il percorso fatto da una sorgente di raggio  $\rho = 0.03R_E$ : per questa traiettoria si ha la tipica curva di luce (a più picchi) riportata nel pannello inferiore.

numerici in modo da ottenere una mappa di amplificazione in cui le curve caustiche assumono forme che dipendono dalla geometria esatta della lente. Nella Figura 10 presentiamo i risultati della una simulazione di una mappa di amplificazione per una lente costituita da un sistema binario con un rapporto di massa  $q = M_1/M_2 \simeq 0.01$ . Questo avviene nel caso in cui la componente primaria del sistema abbia massa solare, la secondaria è un pianeta gioviano. Nel pannello inferiore della figura è riportata la curva di luce per una traiettoria generica, linea nera, della sorgente. Per la scelta dei parametri che abbiamo fatto, la curva di luce risulta differente dalla tipica curva di Paczyński. Tuttavia per un sistema planetario, in cui tipicamente  $q \ll 1$ , la curva di luce associata all'evento si discosta poco dalla Kaczynski e il suo studio consente, a posteriori, di determinare i parametri del sistema lente.

Da quanto appena descritto, si comprende be-

### Profondità ottica

La profondità ottica del fenomeno di microlensing è data da  $\tau = \pi R_E^2 n_l D_s$  dove  $n_l$  è la densità numerica delle lenti lungo la direzione di vista della sorgente a distanza  $D_s$ . Un semplice calcolo della profondità ottica del lensing su una stella nel centro della Via Lattea implica che occorre osservare una stella per circa 10 milioni di anni perché essa subisca l'effetto di lente da un'altra stella. O, equivalentemente, bisogna osservare 10 milioni di stelle per un anno per avere la speranza di rivelare un singolo evento!

ne che il microlensing è un fenomeno raro. Infatti, affinché si possa avere una amplificazione sostanziale della luce, l'allineamento tra sorgente e lente deve essere pressoché perfetto, condizione che è raggiunta in un certo istante, ma ben presto persa<sup>2</sup> a causa del moto relativo tra le parti. D'altra parte, come anticipato, la probabilità dell'occorrenza di un evento è davvero estremamente piccola dal momento che la profondità ottica (vedi il riquadro apposito) del fenomeno di microlensing è estremamente bassa. Ne segue che un osservatore dovrebbe essere davvero molto fortunato per vedere un evento di questo tipo, ed i dubbi di Einstein esposti nella lettera del 1936 potrebbero essere, tutto sommato, condivisi.

Per fortuna, dagli anni '30 ad oggi la tecnologia ha fatto dei passi enormi mettendo a disposizione degli scienziati strumenti dapprima inimmaginabili. Con una CCD quasi commerciale e l'uso di un telescopio dedicato si possono osservare campi con milioni di stelle. Per ciascuna stella osservata, in maniera quasi automatica, si può estrarre la curva di luce e ricercare le caratteristiche tipiche di un evento di microlensing, ovvero una variazione della luminosità apparente della stella simmetrica rispetto al massimo centrale e l'acromaticità. In Figura 9, si riporta a titolo di esempio uno degli eventi di microlensing osservati negli anni passati verso le Grandi Nubi di Magellano.

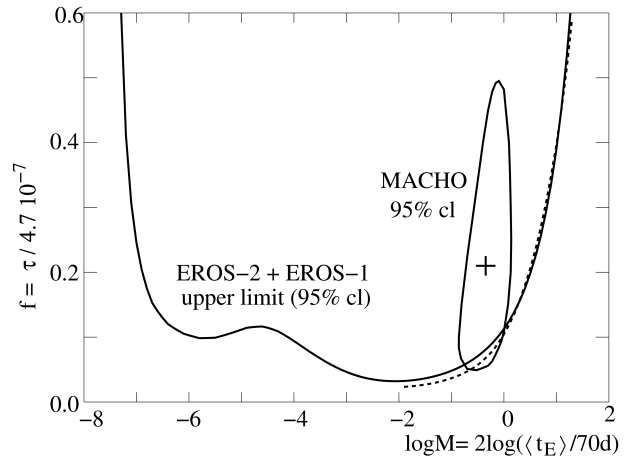
<sup>2</sup>Un evento di microlensing avviene in un tempo scala  $t_E \simeq R_E/V_{rel}$ , essendo  $V_{rel}$  la velocità relativa trasversa tra lente e sorgente rispetto alla linea di vista.

Come si accennava nell'Introduzione, c'è voluto quindi più di mezzo secolo, ma alla fine il lavoro teorico di Einstein sul *microlensing* gravitazionale si è trasformato in un campo di ricerca osservativa di grande successo smentendo clamorosamente le sue previsioni. Oggi si osservano e si studiano circa duemila eventi di *microlensing* all'anno, la maggior parte dei quali verso il nucleo della Via Lattea, ottenendo preziose informazioni sulla struttura della Galassia, la materia oscura barionica in forma di MACHOs, stelle variabili e binarie e sui pianeti extrasolari. In particolare, oltre dieci anni di osservazioni condotte verso le LMC e SMC da parte delle collaborazioni MACHO e EROS hanno consentito di ottenere il grafico mostrato in Figura 11. I risultati dei due esperimenti sono marginalmente compatibili e da essi si può estrapolare che  $\simeq 10\%$  della materia oscura galattica è in forma di MACHOs con massa  $\simeq 0.5 M_{\odot}$  lasciando ancora aperta la domanda sulla natura del restante  $\simeq 90\%$ .

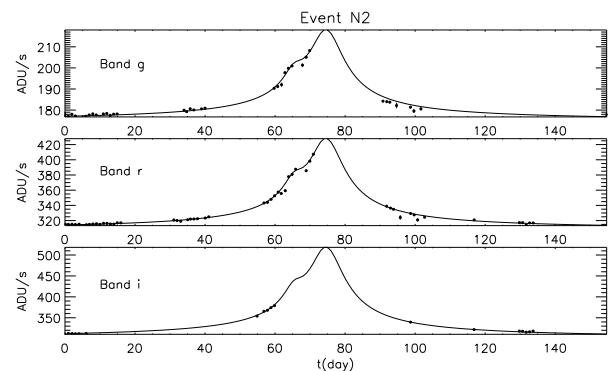
Inoltre, lo studio delle anomalie nelle curve di luce rispetto a quella prevista nel caso di lente singola, curva di Paczyński, consente di stimare i parametri, in particolare i rapporti di massa e le separazioni pianeta-stella, dei pianeti extrasolari eventualmente presenti attorno alla stella-lente. Questa tecnica, complementare alle altre usate per rivelare pianeti extrasolari, velocità radiali, transiti e direct-imaging, è ormai entrata nella fase di maturità ed è l'unica che consenta di studiare sistemi planetari a grandissima distanza dalla Terra con pianeti relativamente piccoli e nella zona abitabile della stella madre.

La tecnica del *microlensing* è così potente che ha permesso di scoprire quello che potrebbe essere il primo pianeta al di fuori della Via Lattea, nella galassia di Andromeda. Nel 2009 infatti, l'analisi dei dati dell'evento PA99-N2 osservato nel 1999 dalla Collaborazione franco-inglese POINT-AGAPE [13] ha permesso di concludere che l'anomalia osservata rispetto alla curva di Paczyński è compatibile con la presenza di un pianeta di circa cinque masse di Giove orbitante attorno alla stella lente nella Galassia di Andromeda (si veda la Figura 12).

Inoltre, le osservazioni di *microlensing* gravitazionale possono permettere di studiare le proprietà delle atmosfere delle stelle sorgenti attraverso l'osservazione di un caratteristico segnale



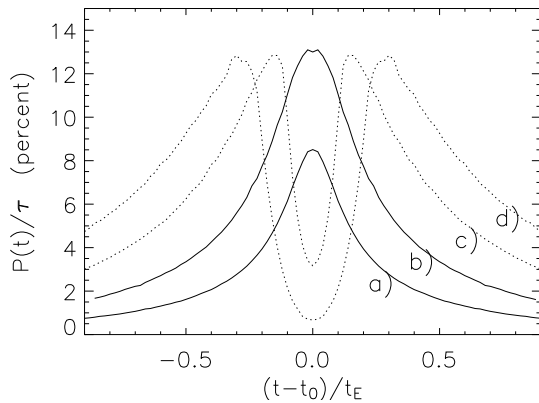
**Figura 11:** I risultati degli esperimenti MACHO e EROS. L'asse x mostra la massa del MACHO e l'asse y la frazione di materia oscura. La curva chiusa indica la misura di MACHO al livello di confidenza del 95% mentre quella aperta mostra la regione esclusa dalla collaborazione EROS. La figura è adattata da [14].



**Figura 12:** Curva di luce in tre bande dell'evento PA99-N2 osservato verso la Galassia di Andromeda.

di polarizzazione. Il fenomeno è causato dalle interazioni elastiche tra fotoni provenienti dalla stella sorgente ed elettroni, atomi e/o molecole, grani di polvere presenti, rispettivamente, nelle atmosfere delle stelle più calde, quelle di tipo A o B, di stelle di sequenza principale, F o G come il sole, e di stelle giganti rosse. Come è ben noto dallo studio delle onde elettromagnetiche, la luce presenta due stati di polarizzazione, definiamole destra e sinistra, tra di loro indipendenti. Il campo elettrico può oscillare lungo due arbitrarie direzioni perpendicolari. Nel caso delle stelle, quando, a causa della distanza, il disco stellare non è risolto cosicché le stelle appaiono puntiformi, l'intensità della luce con

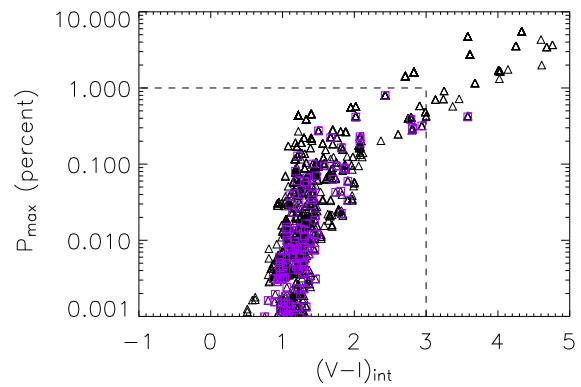
polarizzazione destra (*d*) e sinistra (*s*) è la stes-



**Figura 13:** Tipiche curve di polarizzazione per eventi del tipo *transit*, curve tratteggiate, e *bypass*, curve continue. Figura adattata da [16].

sa,  $P = (I_d - I_s)/(I_d + I_s) = 0$  e si dice che la luce non è polarizzata. Quando invece il disco stellare è risolto apparirà un segnale di polarizzazione, di intensità crescente dal centro al bordo del disco stellare. Il fenomeno è stato studiato per la prima volta da Chandrasekhar [15] per le stelle calde, che hanno un'atmosfera ionizzata contenente elettroni liberi, per le quali si è trovato che il massimo di polarizzazione atteso al bordo è pari al 12%. Per le stelle più fredde di sequenza principale e per le giganti rosse la polarizzazione massima attesa risulta invece minore (al massimo 1%).

Il fenomeno del *microlensing* potrebbe permettere di osservare la polarizzazione per stelle talmente lontane per le quali il disco non sia risolto ed in particolare per stelle che si trovano nel nucleo della galassia, a 8 kpc di distanza da noi. Infatti, durante un evento di *microlensing*, differenti parti del disco stellare sono amplificate diversamente in quanto la lente gravitazionale scansiona il disco della sorgente dando luogo ad una polarizzazione totale  $P$  differente da zero. Inoltre, a causa del moto relativo tra la lente e la sorgente, la polarizzazione attesa dipenderà anche dal tempo. L'effetto è particolarmente rilevante negli eventi di *microlensing* che abbiano: a) grande amplificazione, b) raggio della stella sorgente confrontabile con il parametro d'impatto della lente, c) stella sorgente del tipo gigante rossa, con temperatura superficiale relativamente bassa,  $T \leq 3000$  K, attorno alle quali è possibile la formazione di grani di polvere. L'intensità del



**Figura 14:** Distribuzione della polarizzazione massima in funzione del colore della sorgente  $(V - I)$ . Le linee tratteggiate indicano la regione degli eventi osservati dalla Collaborazione OGLE.

segnale di polarizzazione atteso dipende dalla profondità ottica  $\tau$  dei grani, e può raggiungere valori dell'ordine di 0.1% – 1%. Questo livello di polarizzazione è oggi misurabile con l'uso dei grandi telescopi dell'ESO operanti in Cile (per dettagli si veda [16]). In Figura 13 mostriamo alcune tipiche curve di polarizzazione in funzione del tempo per eventi del tipo *bypass* e del tipo *transit*, per i quali la traiettoria della lente si avvicina o attraversa, rispettivamente, la regione in cui si formano i grani. Nella Figura 14 è mostrata la distribuzione della polarizzazione massima in funzione del colore per gli eventi generati a partire da un catalogo sintetico di stelle.

## Retrolensing: misurare le caratteristiche dei buchi neri

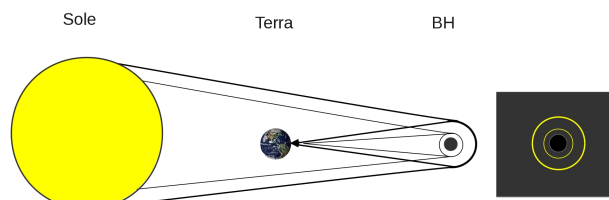
La domanda di base di chi è interessato a studiare i buchi neri (BHs) è innanzitutto quella di capire come si possa osservare qualcosa che non si può vedere direttamente, dato che la gravità in questi oggetti è così intensa che niente, neanche la luce, può uscirne. I buchi neri sono oggetti relativamente semplici dato che, come affermato dal cosiddetto *No Hair Theorem*, sono completamente descritti da soli tre parametri: massa, momento angolare e carica elettrica. In base ai diversi valori di momento angolare e carica elettrica che possono assumere, i buchi neri si possono classificare in



- *buco nero di Schwarzschild*: non rotante ed elettricamente neutro;
- *buco nero di Kerr*: rotante ed elettricamente neutro;
- *buco nero di Reissner-Nordström*: elettricamente carico e non rotante;
- *buco nero di Kerr-Newman*: rotante ed elettricamente carico.

Nonostante i BHs siano descritti da solo tre parametri, questi oggetti sono complicati da descrivere dal punto di vista matematico. Oggi sappiamo che i BHs si trovano nel centro della maggior parte delle galassie, attive e non, ed in molti sistemi binari che emettono nella banda dei raggi X. Inoltre, sono il motore dei *gamma-ray bursts* (GRBs) e giocano un ruolo essenziale nella comprensione dell'evoluzione stellare, della formazione ed evoluzione delle galassie, dei jets e, alla fine, della natura dello spazio e del tempo. Un obiettivo che gli astrofisici inseguono da lungo tempo è quello di osservare direttamente le immediate vicinanze di un buco nero con una risoluzione angolare almeno pari alla dimensione dell'orizzonte degli eventi. Questo tipo di osservazioni aprirebbe una nuova finestra nello studio dei campi gravitazionali intensi e, come vedremo alla fine di questo paragrafo, pensiamo di essere finalmente veramente vicini al raggiungimento di questo obiettivo.

Come fare a misurare massa, momento angolare e carica elettrica di un buco nero? Un'idea, peraltro densa di conseguenze interessanti, è contenuta nell'articolo [11] a cui si accennava nell'Introduzione. In questo lavoro Holz e Wheeler considerarono un fenomeno che era già noto potesse avvenire attorno ai BHs. Utilizzarono il Sole come sorgente di raggi luminosi ed un BH ad una certa distanza dal Sistema Solare. Come mostrato nella Figura 15, ci saranno alcuni fotoni che hanno il valore del parametro di impatto necessario per ruotare attorno al BH e ritornare verso la Terra. Altri fotoni, con un valore del parametro di impatto leggermente inferiore, possono addirittura fare due giri attorno al BH prima di dirigersi verso la Terra, e così via. Una serie di anelli concentrici dovrebbero apparire all'osservatore, nel caso in cui Sole, Terra e BH siano perfettamente allineati. I due autori di Ref. [11]

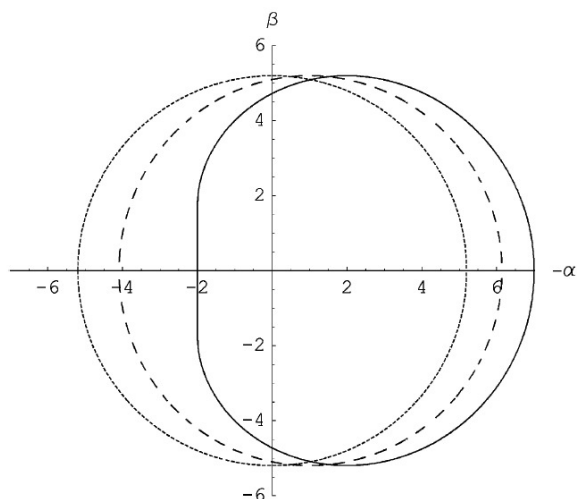


**Figura 15:** Retrolensing del Sole da parte di un buco nero visto dalla Terra. A destra la serie di anelli, per chiarezza ne sono mostrati solo due, attorno all'orizzonte del BH che un osservatore a Terra dovrebbe osservare.

suggerirono di effettuare una panoramica del cielo alla ricerca di anelli concentrici per scoprire BHs. Vi è un problema duplice perché l'idea possa funzionare: è improbabile che Sole, Terra e BH siano perfettamente allineati, ed in ogni caso la Terra si muove intorno al Sole così che l'allineamento può avvenire solo ad un certo istante, e, ancora più importante, la retro-immagine del Sole è così debole che, anche usando HST, solo un BH di massa maggiore di  $10 M_{\odot}$  entro 0.01 pc dalla Terra potrebbe essere osservato con la tecnica proposta.

Un approccio migliore per verificare l'idea di Holz e Wheeler è quello di considerare un sistema binario composto da una stella brillante, chiaramente maggiore è la brillantezza della sorgente maggiore è quella della retro-immagine, ed un BH massiccio. Alcuni di noi [17] proposero subito di considerare il *retrolensing* attorno al BH nel centro galattico. È noto infatti che al centro della nostra Galassia è ospitato un BH di massa ragguardevole, circa  $4.3 \times 10^6 M_{\odot}$ , individuato già oltre dieci anni fa dallo studio del movimento di alcune stelle brillanti che gli orbitano attorno, ed in particolare l'immagine di retro-lente della stella orbitante più vicina.

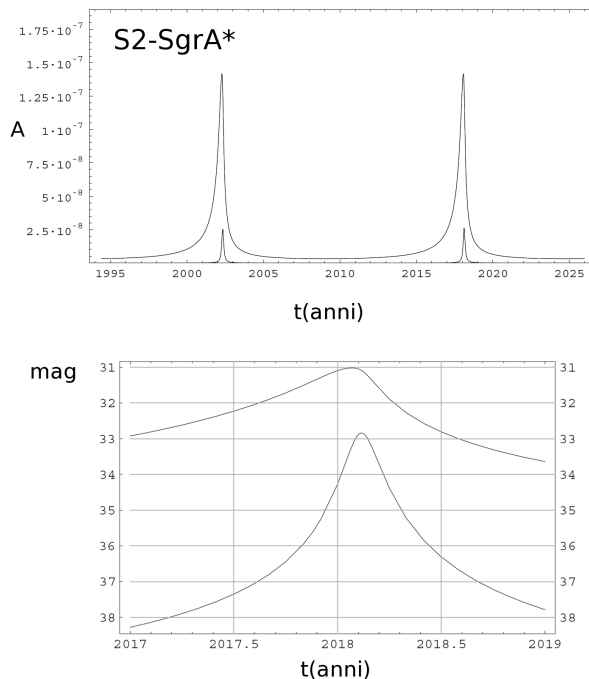
Un metodo per determinare massa e momento angolare di questo BH potrebbe essere quello di osservare il periastro o l'apoaastro di alcune delle stelle che gli orbitano attorno e misurarne lo spostamento nel tempo. Tuttavia è presente una complicazione in questo approccio dato che lo spostamento del periastro, e dell'apoaastro, delle orbite dipende non solo dai parametri del BH centrale ma anche, e soprattutto, da come le stelle presenti attorno al BH stesso sono distribuite, ed anche dalla distribuzione della materia oscura che verosimilmente costituisce una frazione



**Figura 16:** Forma delle immagini di retro-lensing di una sorgente da parte di un buco nero di Schwarzschild, cerchio punteggiato, di un buco nero rotante con parametro di spin  $a=0.5$ , curva tratteggiata, e di un buco nero massimamente rotante con  $a=1$ , curva continua. La linea di vista dell'osservatore è perpendicolare all'asse di rotazione del BH.

importante della massa della nostra Galassia. Si può comprendere la difficoltà della misura notando che la differenza tra lo spostamento del periastro per la stella S2 (la più vicina al BH al centro della nostra galassia) è di soli  $10 \mu\text{arcsec}$  per un BH di Schwarzschild o di Kerr con parametro di rotazione  $a = 1$ . Dunque, ammesso di riuscire a misurare lo spostamento del periastro delle stelle più vicine al BH centrale, non sarebbe verosimilmente possibile derivare quale sia il momento angolare del BH. Il nostro obiettivo potrebbe comunque essere raggiunto misurando lo spostamento del periastro di molte stelle che orbitano attorno al centro della Galassia cosa comunque tutt'altro che facile.

Un metodo alternativo per cercare di determinare i parametri del BH al centro galattico è quello di portare alle estreme conseguenze l'idea di Holz e Wheeler considerando l'effetto di *retro-lensing* causato dal BH su una stella brillante, ad esempio la stella S2, che gli orbita attorno. Sebbene il calcolo delle immagini di *retro-lensing* sia in generale complicato perché richiede di integrare le traiettorie seguite dalla luce, geodetiche nulle, con accuratezza elevatissima, è possibile fare il conto numericamente non solo nel caso di un BH di Schwarzschild ma anche nel caso di BH di Kerr



**Figura 17:** Pannello superiore: amplificazione in funzione del tempo per la prima (curva superiore) e seconda (curva inferiore) immagine di retro-lensing della stella S2 da parte del BH al centro galattico. Pannello inferiore: curva di luce della magnitudine in banda K delle due immagini di retro-lensing assunto un coefficiente di assorbimento interstellare standard verso il BH (Sgr A\*) al centro della Galassia. La curva superiore corrisponde alla immagine di retro-lensing piu' esterna e quella inferiore alla seconda immagine relativistica.

e di Reissner-Nordström. Quello che si ottiene, e che è stato discusso in diversi lavori, ad esempio in Ref. [18]), è che la forma dell'immagine di *retro-lensing* dipende dallo spin del BH, si veda la Figura 16<sup>3</sup> e quindi in linea di principio, un'osservazione sufficientemente precisa dell'immagine di *retro-lensing* di una stella potrebbe consentire di stimare inequivocabilmente i parametri del BH in Sgr A\*.

Possiamo veramente sperare di osservare queste immagini di *retro-lensing* verso Sgr A\*? Al contrario di quanto si potrebbe pensare non siamo poi così lontani da questo obiettivo. Il successore del telescopio HST, il James Webb Space Telescope (JWST), il cui lancio è previsto nel 2018, ha

<sup>3</sup>Si può dimostrare [19] che la forma dell'immagine dipende anche dalla carica elettrica del BH e diventa via via più piccola man mano che la carica elettrica aumenta.

la sensibilità per osservare l'immagine di *retrolensing* della stella S2 prodotta dal BH al centro galattico con un tempo di integrazione di una trentina di ore. In Figura 17 mostriamo i profili delle curve di amplificazione e magnitudine (in banda K) in funzione del tempo dell'immagine di *retrolensing* della stella S2 da parte del BH al centro galattico. Purtroppo, JWST non ha la risoluzione angolare necessaria per fornirci informazioni sulla forma dell'immagine di *retrolensing*. La risoluzione angolare giusta potrebbe essere ottenuta con i prossimi interferometri radio. Infatti, il diametro dell'immagine di *retrolensing* attorno al BH centrale dovrebbe essere di circa  $30 \mu\text{arcsec}$ . Nel 2008 Doeleman ed il suo gruppo, utilizzando interferometricamente diversi radiotelescopi con una linea di base di circa 4500 km, sono riusciti ad ottenere una risoluzione angolare di circa  $37 \mu\text{arcsec}$ , incredibilmente vicina a quella richiesta. I progressi in questo campo sono così rapidi che non è difficile pensare che in un futuro vicino lo scopo cercato possa essere finalmente raggiunto.



- [1] A. EINSTEIN: "On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light", *Annalen der Physik* **340** (1911) 898–908.
- [2] F.W. DYSON, A. EDDINGTON, C. DAVIDSON: "A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field from observations made at the total eclipse of May 29, 1919", *Phil Trans. Roy. Soc. A* **220** (1920) 291–333.
- [3] O. CHWOLSON: "Über eine mögliche Form fiktiver Doppelsterne", *Astronomische Nachrichten* **221** (1924) 329–330.
- [4] F. ZWICKY: "Nebulae as Gravitational Lenses", *Physical Review* **51** (1937) 290–290.
- [5] B. PACZYNSKI: "Gravitational microlensing by the galactic halo", *Astrophysical Journal* **304** (1986) 1–5.
- [6] A. EINSTEIN: "Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field", *Science* **84** (1936) 506–507.
- [7] D. WALSH, R.F. CARSWELL, R.J. WEYMANN: "0957 + 561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens?", *Nature* **279** (1979) 381–384.

- [8] I. NEWTON: *Optics: a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflections and Colours of Light. Also Two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures..* Sam. Smith and Benj. Walford, London (1704).
- [9] A. EINSTEIN: "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie", *Ann. der Phys.* **49** (1916) 769–822.
- [10] G. INGROSSO, S. CALCHI NOVATI, F. DE PAOLIS, PH. JETZER, A. A. NUCITA, F. STRAFELLA: "Pixel lensing as a way to detect extrasolar planets in M31", *MNRAS* **399** (2009) 219–228.
- [11] D. E. HOLZ, J. A. WHEELER: "Retro-MACHOs:  $\pi$  in the Sky", *Astrophysical Journal* **57** (2002) 330–334.
- [12] C. ALCOCK ET AL.: "The Macho Project: microlensing results from 5.7 years of large magellanic cloud observations", *Astrophysical Journal* **542** (2000) 281–307.
- [13] J.H. AN ET AL.: "The Anomaly in the Candidate Microlensing Event PA-99-N2", *Astrophysical Journal* **601** (2004) 845–857.
- [14] P. TISSERAND ET AL.: "Limits on the Macho content of the galactic halo from the EROS-2 survey of the Magellanic Clouds", *Astronomy & Astrophysics* **469** (2007) 387–407.
- [15] S. CHANDRASEKHAR: *Radiative Transfer*. Clarendon Press, Oxford (1950).
- [16] G. INGROSSO, S. CALCHI NOVATI, F. DE PAOLIS, PH. JETZER, A.A. NUCITA, F. STRAFELLA: "Measuring polarization in microlensing events", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **446** (2015) 1090–1097.
- [17] F. DE PAOLIS, A. GERALICO, G. INGROSSO, A. A. NUCITA: "The black hole at the galactic center as a possible retro-lens for the S2 orbiting star", *Astron. Astrophys.* **409** (2003) 809–812.
- [18] F. DE PAOLIS, G. INGROSSO, A. A. NUCITA, A. QADIR, A. F. ZAKHAROV: "Estimating the parameters of the Sgr A\* black hole", *Gen. Rel. Gravit.* **43** (2011) 977–988.
- [19] A. F. ZAKHAROV, F. DE PAOLIS, G. INGROSSO, A.A. NUCITA: "Direct measurements of black hole charge with future astrometrical missions", *Astronomy & Astrophysics* **442** (2005) 795–799.



## Note biografiche

Gli autori sono componenti del gruppo di Astrofisica del Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi" dell'Università del Salento e si occupano sia di analisi di grandi moli di dati che di problematiche legate all'astrofisica teorica.





---

# Meccanica quantistica e *lensing* gravitazionale

**Claudio Corianò, Marta Dell'Atti,  
Luigi Delle Rose, Matteo Maria Maglio**

Dipartimento di Matematica & Fisica "Ennio De Giorgi",  
Università del Salento

---

**L**a deflessione della luce in un campo gravitazionale è una delle prove sperimentali più rilevanti della relatività generale. In questo contesto si discutono alcuni effetti della meccanica quantistica sulla propagazione dei fotoni in uno spazio-tempo curvo. In particolare si presentano le correzioni quantistiche del Modello Standard delle particelle elementari alla diffusione del fotone da una sorgente gravitazionale.

## Introduzione

Nel 1916 Albert Einstein pubblicò lo scritto *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie (fondamenti della relatività generale)* con il quale formulò la teoria della Relatività Generale [1]. Come noto, questa teoria si fonda sul principio di equivalenza tra sistemi di riferimento accelerati, quindi non inerziali, e campo gravitazionale che, nella sua formulazione debole, comporta l'equivalenza tra massa inerziale, quella che compare nella legge di Newton della dinamica, e massa gravitazionale, quella che compare nell'equazione dei gravi, anch'essa formulata da Newton.

È ben noto che la teoria è formulata in modo puramente geometrico ed utilizza gli strumenti matematici tipici della geometria differenziale

di Riemann. Lo spazio-tempo è trattato al pari di una varietà differenziabile, eccetto per quelle soluzioni singolari, quali ad esempio i buchi neri. Lo spazio-tempo è pertanto l'entità fisica e geometrica entro la quale formulare la descrizione dei fenomeni gravitazionali. Esso è descritto da un tensore metrico  $g_{\mu\nu}$ , la cui dinamica è legata alla distribuzione di materia che genera il campo attraverso il suo tensore energia-impulso  $T_{\mu\nu}$ . Lo spazio-tempo, in presenza di materia o di energia, essendo queste equivalenti, tende ad incurvarsi, dando come effetto principale la deflessione delle traiettorie dei raggi luminosi che seguono curve geodetiche.

Il fenomeno della deflessione a causa di lenti gravitazionali rappresenta la prova più diretta, e visiva, di questi effetti di curvatura e riguardano sia galassie che pianeti, coinvolgendo sia distanze galattiche che extragalattiche, quest'ultime dette anche cosmologiche.

Il sistema fisico considerato comprende una sorgente luminosa, una distribuzione di massa, che funge da lente gravitazionale e flette i raggi luminosi, e da un osservatore che raccoglie un'immagine a una certa posizione angolare. La Relatività Generale di Einstein permette di collegare l'angolo sotto il quale la sorgente sarebbe vista in assenza della massa deflettente, all'angolo che individua la direzione a cui l'immagine appare. Il legame tra questi due angoli definisce l'equazione della lente gravitazionale. Una de-

scrizione di questo effetto è discussa nell'articolo di De Paolis et al. in questo numero di Ithaca.

Illustreremo sommariamente come sia possibile estendere questa equazione includendo le correzioni quantistiche al processo di deflessione. Gli effetti quantistici diventano significativi per grandi energie dei fasci luminosi deflessi e in prossimità dell'orizzonte degli eventi di un buco nero. Questo potrebbe portare, in futuro, alla possibilità di fare misure sensibili alle correzioni quantistiche dei processi gravitazionali. Questi studi rappresentano un formidabile argomento d'indagine teorica, ma anche un terreno nel quale affinare le nostre conoscenze in fatto di gravità quantistica, che sono quasi nulle sul piano fenomenologico.

Le deflessioni dei fotoni misurate, per fotoni che lambiscono la superficie del sole, sono molto piccole, dell'ordine di qualche secondo d'arco. Di tutt'altra grandezza sono le deflessioni per fasci fotonici che si avvicinano, per esempio, all'orizzonte degli eventi di un buco nero, che sono classificate come fenomeni di *lensing* gravitazionale forte, *strong lensing*. Queste possono raggiungere decine di arcosecondi o, addirittura, di gradi. Altri aspetti di enorme interesse concernono il *lensing* gravitazionale debole su strutture di grandissima scala. In questo caso le lenti assumono dimensioni galattiche, così come le rispettive sorgenti. Il *lensing* debole viene utilizzato per lo studio delle distribuzioni di materia, ed eventualmente di materia oscura, su scale cosmologiche. Il fattore di scala che governa la dinamica dell'universo, è in questo caso parte integrante delle equazioni, originariamente scritte da Friedmann.

Nella nostra analisi, procederemo dapprima con una descrizione storica dello studio della deflessione gravitazionale per poi illustrare brevemente come sia possibile definire un approccio semi-classico allo stesso fenomeno.

## La deflessione della luce nella teoria della gravitazione di Newton

Nel 1784 il fisico inglese Henry Cavendish pubblicò un manoscritto [2] nel quale presentava la misura della densità della Terra mediante un

esperimento che successivamente prese il suo nome. In questo manoscritto egli accennava anche al problema riguardante la deflessione della luce per mezzo di un corpo massivo nel contesto della gravità newtoniana.

Successivamente, nel 1804, il fisico tedesco Johann Georg von Soldner pubblicò uno scritto [3] nel quale calcolava la deflessione di un raggio luminoso dovuta ad un corpo massivo quale una stella. Facendo riferimento alle teorie della natura corpuscolare della luce, egli svolse il suo calcolo attribuendo una massa alle particelle luminose. Tuttavia questo calcolo differiva da quello esatto di un fattore 2. Albert Einstein nel 1915, a conclusione del suo lavoro sulla teoria della relatività generale, calcolò il valore esatto dell'angolo di deflessione della luce e della sezione d'urto nei pressi del campo gravitazionale solare.

Di seguito illustriamo brevemente il problema della deflessione nel contesto classico non relativistico. Consideriamo il moto di una particella di massa  $m$  in un campo gravitazionale statico ed isotropo generato da un corpo di massa  $M$  posto nell'origine del sistema di coordinate. Il campo ha simmetria sferica, pertanto ogni soluzione delle equazioni del moto deve essere invariante per rotazioni attorno a un asse arbitrario passante per l'origine del campo. Il momento angolare della particella rispetto al centro  $\mathcal{O}$  gravitazionale si conserva, quindi il moto si svolge in un piano ortogonale alla direzione del momento angolare. Utilizzando coordinate polari sferiche  $(r, \theta, \phi)$  la lagrangiana del sistema con simmetria rotazionale è indipendente da  $\theta$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m \left( \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 \right) + \frac{MmG}{r} \quad (1)$$

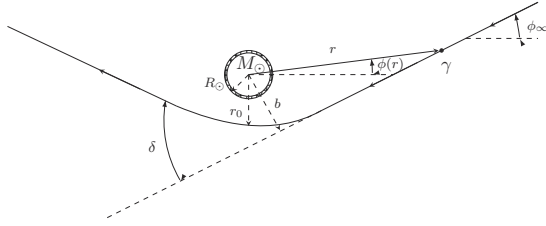
dove l'apice indica la derivata rispetto al tempo. Le equazioni di Eulero-Lagrange indicano che la variabile  $\phi$  è una coordinata ciclica, quindi il momento a lei associato, che è proprio il momento angolare, è una costante del moto. Osserviamo che la lagrangiana non dipende esplicitamente dal tempo e che l'energia cinetica è una funzione omogenea di secondo grado nelle derivate delle variabili dinamiche, per cui la funzione energia è anch'essa una costante del moto ed è proprio

l'energia totale  $E$  della particella

$$E = \frac{1}{2}mr'^2 + \frac{1}{2}\frac{l_0^2}{mr^2} - \frac{mMG}{r} \quad (2)$$

dove  $l_0$  è il momento angolare della particella con massa  $m$ . Dall'equazione (2) otteniamo

$$dr = dt \left[ \frac{2}{m} \left( E + \frac{mMG}{r} - \frac{1}{2}\frac{l_0^2}{mr^2} \right) \right]^{1/2} \quad (3)$$



**Figura 1:** Deflessione della luce dal Sole.

Utilizzando la conservazione del momento angolare e l'Eq. (3) si trova

$$\begin{aligned} d\phi &= \frac{l_0}{mr^2} dt \\ &= \frac{l_0}{mr^2} \left[ \frac{2}{m} \left( E + \frac{mMG}{r} - \frac{1}{2}\frac{l_0^2}{mr^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} dt \quad (4) \end{aligned}$$

e integrando

$$\phi = \arccos \left( \frac{\frac{1}{r} - \frac{m^2MG}{l_0^2}}{\sqrt{\frac{2Em}{l_0^2} + \frac{m^4M^2G^2}{l_0^4}}} \right) \quad (5)$$

dove abbiamo utilizzato l'invarianza traslazionale del sistema imponendo  $\phi_0 = 0$ . Dalla (5) otteniamo

$$r(\phi) = \frac{l_0^2/(m^2MG)}{1 + [2l_0^2E/(m^3M^2G^2) + 1]^{\frac{1}{2}} \cos \phi} \quad (6)$$

Facendo riferimento alla Figura 1 si vede che il valore dell'angolo  $\phi$  che determina gli asintoti della traiettoria e quindi la deflessione del raggio luminoso è data dalla condizione limite per cui il raggio tende all'infinito. Questa condizione è verificata quando il denominatore della (6) è nullo, ossia

$$\phi = \arccos \left[ - \left( \frac{2l_0^2E}{m^3M^2G^2} + 1 \right)^{-1/2} \right] \quad (7)$$

Le relazioni dell'energia e del momento angolare della particella in funzione della sua posizione sono

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{mMG}{r}, \quad l_0 = mvr \quad (8)$$

Poiché la posizione della particella varia nel tempo, l'equazione (8) indica che la sua velocità debba variare affinché l'energia e il momento siano costanti. Supponiamo che la particella abbia inizialmente una velocità  $v < 1$  (utilizziamo le unità naturali nelle quali il valore della velocità della luce  $c$  e della costante di Planck  $\hbar$  sono uguali all'unità). La curvatura della traiettoria comporta un'accelerazione della particella, la cui velocità tende, nel punto più vicino alla sorgente gravitazionale  $r = r_0$ , al valore  $v = 1$ . In questa configurazione l'equazione (8) diventa

$$E = \frac{1}{2}m - \frac{mMG}{r_0}, \quad l_0 = mr_0 \quad (9)$$

Inserendo la (9) nella (7), otteniamo

$$\phi = \arccos \left[ - \frac{MG}{r_0} \left( 1 - \frac{MG}{r_0} \right)^{-1} \right] \quad (10)$$

e nel limite di campo debole, quando  $MG/r_0 \ll 1$ , sviluppiamo quest'ultima quantità in serie di potenze

$$\phi = \frac{\pi}{2} + \frac{MG}{r_0} + \frac{3}{2} \left( \frac{MG}{r_0} \right)^2 + \dots \quad (11)$$

In accordo con la Figura 1 la deflessione dell'orbita dalla traiettoria iniziale è

$$\delta_{Newtonian} = |2\phi - \pi| \simeq \frac{2MG}{r_0} \quad (12)$$

Assumendo il Sole come sorgente gravitazionale possiamo ricavare il valore dell'angolo di deflessione

$$\delta_{Newtonian} \simeq 0.8755'' \quad (13)$$

noto che la sua massa è  $M = M_\odot = 1.97 \times 10^{33}$  g, quindi  $MG = M_\odot G = 1.475$  km, e il minimo valore di  $r_0$  è  $R_\odot = 6.95 \times 10^5$  km.

## La Gravitazione di Einstein

Consideriamo ora il moto di un fotone in un campo gravitazionale statico e isotropo nel contesto della relatività generale. La corrispondente metrica, soluzione delle equazioni di Einstein, è stata studiata da Schwarzschild nel 1916 [4]. La metrica assume la forma

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2MG}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2MG}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (14)$$

dove  $\tau$  rappresenta il tempo proprio, quello misurato da un orologio solidale al sistema di riferimento. Dalla (14) si osserva che la metrica di Schwarzschild possiede una singolarità per  $r = 2MG$ . Il raggio associato a questa singolarità prende il nome di *raggio di Schwarzschild* della massa  $M$ . Questo concetto è strettamente connesso all'esistenza di una regione dello spazio-tempo con un campo gravitazionale così intenso da non lasciar sfuggire nulla dal suo interno verso l'esterno. Nel caso in cui la sua distribuzione di materia sia confinata all'interno di questa regione, si parla di *buco nero*. In altre parole, si può definire il buco nero come un corpo massivo le cui dimensioni siano inferiori al suo raggio di Schwarzschild. La superficie limite associata al raggio di Schwarzschild definisce il cosiddetto *orizzonte degli eventi*. Questa denominazione deriva dal fatto che tutto ciò che avviene ad una distanza inferiore al raggio di Schwarzschild non è visibile ad un osservatore esterno in quanto né la materia né le onde elettromagnetiche, come la luce, riescono a sfuggire al campo gravitazionale generato dal buco nero.

Nello studio della deflessione della luce risulta chiara quindi l'importanza del raggio di Schwarzschild. Se il parametro d'impatto della particella incidente è molto grande rispetto a tale raggio, la deflessione è piccola e vale il limite di campo gravitazionale debole. Viceversa, se il parametro d'impatto è prossimo al raggio di Schwarzschild, la curvatura dello spazio-tempo è considerevole e le equazioni del moto assumono una forma molto più complessa. Nel nostro caso osserviamo che il raggio del Sole è  $10^5$  volte più grande del suo raggio di Schwarzschild,  $R_S(M_\odot) \simeq 2,95$  km. Dal momento che il minimo valore del parametro d'impatto potrà essere prossimo al raggio

solare, allora l'approssimazione di campo debole è valida.

Nell'ambito della teoria della relatività generale, il moto di un fotone nel campo gravitazionale generato da un corpo di massa  $M$  posto al centro delle coordinate è descritto dalla lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[ - \left(1 - \frac{2MG}{r}\right) \dot{t}^2 + \left(1 - \frac{2MG}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2 \right] \quad (15)$$

dove il punto sopra le variabili indica la derivazione rispetto al tempo proprio. Poiché sia  $t$  che  $\phi$  sono coordinate cicliche i loro momenti coniugati sono costanti del moto

$$p_t = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{t}} = - \left(1 - \frac{2MG}{r}\right) \dot{t} \quad (16)$$

$$p_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} \quad (17)$$

Queste costanti del moto possono essere interpretate fisicamente:  $p_\phi$  è il momento angolare dell'orbita della particella e  $-p_t$  è l'energia della particella misurata da un osservatore posto a distanza infinita dalla sorgente del campo gravitazionale.

Dalla lagrangiana l'equazione del moto per la variabile  $\theta$  è

$$0 = \frac{d}{d\tau} (r^2 \dot{\theta}) + \frac{p_\phi^2 \cos \theta}{r^2 \sin^3 \theta} \quad (18)$$

Moltiplicando per  $r^2 \dot{\theta}$  e risolvendo l'equazione differenziale a variabili separabili, otteniamo

$$(r^2 \dot{\theta})^2 = -p_\phi^2 \cot^2 \theta \quad (19)$$

Poiché il primo membro è sempre positivo mentre il secondo membro è sempre negativo, ne consegue che debbano essere entrambi nulli. Questa condizione comporta che  $\theta$  sia costante e quindi che l'orbita sia planare. Per comodità, ipotizziamo di trovarci nel piano equatoriale in cui  $\theta = \pi/2$ .

Il fotone, viaggiando alla velocità della luce, ha tempo proprio nullo

$$d\tau^2 = -g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0 \quad (21)$$

## La sfera fotonica

La sfera fotonica è una regione dello spazio in cui la gravità è così forte che i fotoni sono costretti a viaggiare su orbite circolari. Il raggio della sfera fotonica è il limite inferiore per ogni possibile orbita stabile. Per buchi neri non rotanti il raggio della sfera fotonica è

$$r = \frac{3MG}{c^2} \quad (20)$$

ossia  $3/2$  del raggio di Schwarzschild. Le sfere fotoniche possono esistere nello spazio circostante a oggetti estremamente compatti, come buchi neri o stelle di neutroni. Poiché il raggio della sfera fotonica è maggiore di quello dell'orizzonte degli eventi di un buco nero, i fotoni, viaggiando in prossimità dello stesso, possono sfuggire alla sua attrazione gravitazionale percorrendo una direzione nota come *cono d'uscita* con orbite instabili (Figura 2).

Nel caso di un buco nero rotante si riscontra, inoltre, un fenomeno molto particolare. A causa della rotazione si formano due sfere fotoniche: quella più vicina al buco nero si muove nello stesso verso di rotazione, mentre quella più lontana si muove in verso contrario. Maggiore è la velocità angolare di rotazione, maggiore è la distanza fra le due sfere di fotoni.

che implica per le quadrivelocità  $u^\mu$  la relazione

$$g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = 0 \quad (22)$$

dove abbiamo indicato con  $g_{\mu\nu}$  il tensore metrico. Dalle due equazioni precedenti, utilizzando  $\theta = \pi/2$ , otteniamo

$$p_t^2 - \dot{r}^2 - \frac{p_\phi^2}{r^2} \left(1 - \frac{2MG}{r}\right) = 0 \quad (23)$$

da cui segue

$$\frac{\dot{r}^2}{2} + V(r) = \frac{E^2}{2} \quad (24)$$

con

$$V(r) = \frac{p_\phi^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2MG}{r}\right) \quad (25)$$

$$E = p_t, \quad p_\phi = r^2 \dot{\phi} \quad (26)$$

Combinando la (26) con la (24) otteniamo il valore dell'angolo di deflessione

$$\delta_{Rel} = 2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{p_\phi}{r^2 \sqrt{E^2 - 2V(r)}} dr - \pi \quad (27)$$

Ricaviamo il valore dell'energia  $E$  nel punto dell'orbita più vicino alla sorgente,  $r_0$ . Sostituendo

do questo risultato nell'integrale otteniamo

$$\delta_{Rel} = 2 \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) - \alpha(1-x^3)}} - \pi \quad (28)$$

Sviluppando l'espressione (28) per  $\alpha = 2GM/r_0 \ll 1$ , limite di campo debole, otteniamo il risultato per l'angolo di deflessione

$$\begin{aligned} \delta_{Rel} &= 2 \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} (-2) + \dots \right] - \pi \\ &\simeq 2\alpha = \frac{4GM}{r_0} \end{aligned} \quad (29)$$

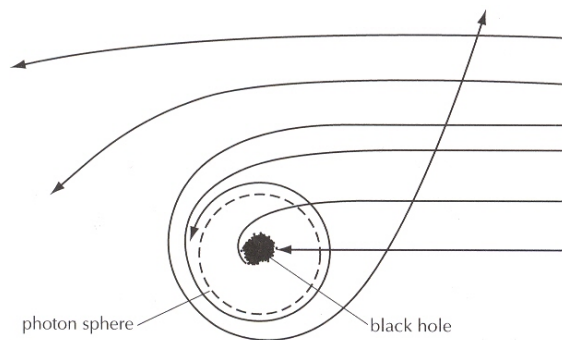
Inserendo nell'espressione precedente i valori della massa e del raggio solari si ricava

$$\delta_{Rel} = \frac{4GM_\odot}{R_\odot} = 8.489 \times 10^{-6} \text{ rad} = 1.75'' \quad (30)$$

Qualsiasi risultato proveniente dalla relatività generale porta con sé un problema fondamentale che riguarda la scelta dei sistemi di riferimento. Ci chiediamo quindi se l'angolo di deflessione  $\delta$  abbia realmente a che fare con le posizioni delle immagini stellari osservate nei laboratori e se sia indipendente dalla scelta del sistema di coordinate. La risposta è semplice in quanto abbiamo a che fare con un'esperimento di diffusione: il raggio luminoso, proveniente da una distanza molto grande, viene deflesso in prossimità del Sole; successivamente viene rilevato sulla Terra ad



una distanza dal Sole di 200 volte il raggio solare. Nei punti di origine del fascio e di rilevazione, la metrica è sostanzialmente Minkowskiana e  $\delta$  rappresenta l'angolo azimutale in un sistema di coordinate nel quale i raggi luminosi definiscono linee che sono essenzialmente rette. Quindi le posizioni delle immagini stellari osservate sono legate al valore di  $\delta$  mediante le equazioni dell'ottica geometrica.



**Figura 2:** Sfera fotonica di un buco nero.

Un altro aspetto di cui tener conto riguarda il comportamento del fotone come una particella a cui si associa una lunghezza d'onda. L'enorme differenza tra le dimensioni della lunghezza d'onda della luce visibile e quelle del campo gravitazionale del Sole, un fattore  $10^{15}$ , permette di descrivere il quanto di luce come una particella che si muove su una precisa traiettoria.

L'angolo di deflessione  $\delta$  è misurato confrontando le posizioni apparenti delle stelle che sono prossime al disco solare, valutate durante un'eclisse, con le loro posizioni misurate sei mesi prima, quando queste stelle si trovano dalla parte opposta della Terra, e la loro luce non passa vicino al Sole. L'angolo di deflessione  $\delta$  è la differenza tra queste due posizioni.

La prima misura di  $\delta$  fu effettuata nel 1919. Un gruppo di astronomi si recò in due isole, Sobral (Brasile) e Principe (Golfo di Guinea), per studiare l'eclissi totale di sole che si verificò in quell'anno. Furono esaminate le posizioni di dozzine di stelle e i risultati sperimentali forniscono valori dell'angolo di deflessione pari a  $(1.98 \pm 0.12)''$  e  $(1.61 \pm 0.31)''$ , in accordo con la previsione teorica di Einstein [5]. Questo risultato pose la relatività generale al centro del dibattito scientifico dell'epoca.

Dal 1919 ad oggi sono state effettuate diverse misure di  $\delta$  e una delle più recenti è quella di

Lebach et al. [6] che differisce dalla previsione di Einstein di circa  $10^{-5}$  arcsec. L'accuratezza della misura può essere migliorata utilizzando le tecniche fotoelettriche per monitorare le posizioni delle stelle senza dover attendere un'eclissi. Lo sviluppo scientifico nella radio astronomia ha reso possibile la misura della deflessione dei radiosegnali dal Sole con un'accuratezza potenzialmente più grande rispetto a quella in ottica astronomica. Una complicazione derivante da questo metodo è la rifrazione dei raggi nella corona solare. Varie collaborazioni sperimentali hanno presentato diverse proposte per migliorare queste misure, fino ad una precisione di un millesimo di arcosecondo. Tale precisione è ottenuta mediante tecniche di interferometria su base molto larga (Very Large Baseline Interferometry, VLBI), ma è limitata allo studio di fasci in frequenze radio.

## La sezione d'urto quantistica

L'analisi svolta finora è classica, nel senso che non si tiene conto della natura quantistica del fotone. Nel contesto della teoria dei campi il fotone interagisce con diverse altre particelle, come per esempio in QED con gli elettroni. Queste interazioni possono contribuire a modificare macroscopicamente il comportamento classico del fenomeno fisico. Per questo siamo interessati a considerare la deflessione a livello quantistico.

La moderna descrizione dei fenomeni quantistici è basata su teorie di campo, nelle quali le entità fondamentali sono i campi definiti in ogni punto dello spazio-tempo. Le particelle nascono come eccitazioni di questi campi, e interagiscono tra loro scambiandosi particelle che trasmettono il tipo di interazione, fotoni per l'interazione elettromagnetica,  $W^\pm$  e  $Z^0$  per l'interazione debole, gluoni per l'interazione forte. Molto spesso, però, le interazioni tra le particelle sono così complesse da non permettere una risoluzione esatta delle equazioni che regolano i processi fisici. Nasce la necessità di sviluppare delle tecniche di calcolo che permettano di descriverli con buona approssimazione. Una di queste tecniche è l'approccio perturbativo in cui si considera il potenziale d'interazione come una piccola perturbazione dell'hamiltoniana libera. Le osservabili fisiche si scrivono allora in termini di uno sviluppo in



serie formale in un parametro piccolo, che quantifica la deviazione dal problema “libero” e che prende il nome di sviluppo perturbativo.

Attualmente l’unica forza fondamentale non descritta da una teoria quantistica completa è la forza gravitazionale. Molte teorie proposte per descrivere la gravità come una teoria di campo postulano l’esistenza di una particella mediatrice della forza gravitazionale chiamata gravitone. Tuttavia l’esistenza di questa particella non è ancora stata sperimentalmente verificata.

Il campo gravitazionale entra nella trattazione sottoforma di campo esterno, trattato classicamente, e la teoria cui ci si riferisce prende il nome di teoria perturbativa quantistica in uno spazio-tempo curvo. Il termine quantistico si riferisce alla presenza dei campi che rappresentano le tipiche altre particelle che sono considerate. Il termine perturbativo si riferisce al fatto che l’effetto della gravitazione è introdotto come una piccola perturbazione dello spazio-tempo di Minkowski  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$

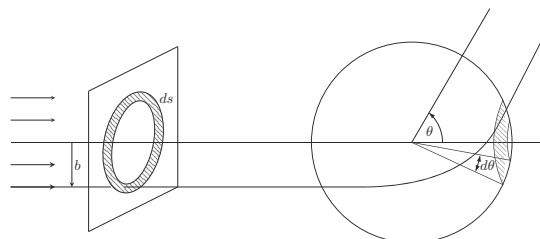
$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu} + \mathcal{O}(\kappa^2) \quad (31)$$

dove  $\kappa$  è il parametro d’ordine dello sviluppo e  $h_{\mu\nu}$  rappresenta la perturbazione della metrica.

Il punto di partenza per descrivere una qualunque teoria di campo consiste nella definizione della lagrangiana, che contiene i termini cinetici associati alle particelle coinvolte, quelli di interazione tra le stesse e diversi parametri, le masse e le costanti di accoppiamento alle forze in gioco. Nel nostro lavoro la lagrangiana comprende i termini che rappresentano le particelle del Modello Standard, la teoria che descrive le particelle elementari ad oggi note e le interazioni elettromagnetica, debole e forte, immerse in un campo gravitazionale esterno. Il termine di interazione che viene introdotto descrive l’accoppiamento della materia alla gravità.

Un aspetto importante del Modello Standard riguarda la rinormalizzabilità della teoria. Nel calcolo dei diagrammi che descrivono i processi tra le particelle si ottengono dei termini che presentano divergenze e che rendono la teoria divergente. Tuttavia essa presenta delle caratteristiche per cui è possibile rinormalizzarla, mediante una procedura che prevede l’introduzione di parametri regolatori. Esistono diverse procedure di

rinormalizzazione delle teorie di campo, ognuna delle quali prevede la necessità di ridefinire le grandezze che entrano nella lagrangiana. Le masse, le costanti di accoppiamento e eventualmente i campi che descrivono le particelle sono ridefiniti inglobando i parametri regolatori. In questo modo si ottiene una lagrangiana rinormalizzata con la quale si eliminano le suddette divergenze. La procedura di rinormalizzazione è volta, quindi, a rendere la teoria non divergente.



**Figura 3:** Urto da un centro diffusore in termini del parametro d’impatto  $b$ .

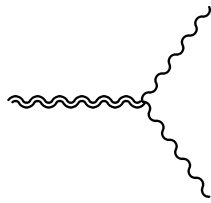
L’introduzione della gravità, anche se introdotta nella teoria come un campo esterno, non solo complica l’analisi dei processi coinvolti, ma compromette la rinormalizzabilità della teoria estesa ad uno spazio-tempo curvo. Nonostante questo aspetto è possibile individuare alcune classi di grandezze osservabili, tra le quali quelle che intervengono nell’analisi della deflessione, che risultano rinormalizzabili [13].

Nella Figura 3 è rappresentato un tipico processo di diffusione classica che, nello scenario considerato, consiste nella diffusione per mezzo del campo gravitazionale. Le due aree infinitesime ombreggiate a sinistra e a destra del centro diffusore devono essere uguali per via della condizione di conservazione del flusso di particelle.

Dalla teoria della diffusione si ottiene una relazione tra il parametro d’impatto del fotone  $b$  e la sezione d’urto

$$\frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (32)$$

dove  $\theta$  è l’angolo di diffusione e  $d\sigma/d\Omega$  è la sezione d’urto, che tiene conto del numero di particelle che vengono diffuse nell’angolo solido infinitesimo  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ . Il parametro d’impatto misura la distanza del fotone dal centro diffusore



**Figura 4:** Il vertice d'interazione all'ordine principale dello sviluppo perturbativo tra un gravitone e due fotoni.

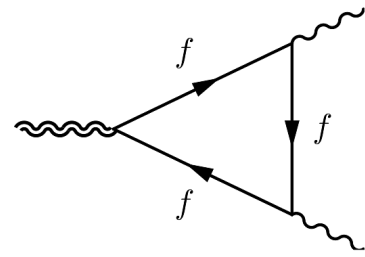
gravitazionale quando il fotone è molto distante dalla regione di diffusione. Dall'espressione (32) si ottiene una relazione che lega il parametro d'impatto  $b$  all'angolo  $\theta$ , in cui si inserisce la sezione d'urto quantistica. In questo senso si parla di approccio semi-classico: introduciamo una quantità quantistica nella descrizione classica della teoria della diffusione, come discusso in [7].

Il calcolo della sezione d'urto costituisce la parte più critica della trattazione, perché sono coinvolti svariati processi che comprendono le interazioni tra il gravitone e le particelle del Modello Standard. Con gli strumenti delle teorie di campo, è possibile calcolare le sezioni d'urto associate ai processi contemplati dalla teoria considerata e rappresentati dai diagrammi di Feynman.

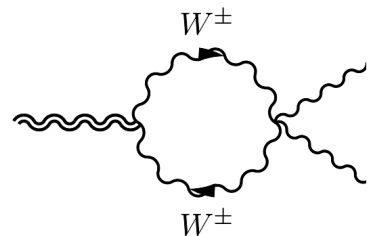
La Figura 4 rappresenta il termine principale nello sviluppo perturbativo. Il gravitone, rappresentato dalla doppia linea ondolata, interagisce direttamente con il fotone, rappresentato dalla linea ondolata, che a causa di questa interazione cambia il valore del suo quadrimpulso. La sezione d'urto differenziale corrispondente è

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega} = (G M)^2 \cot^4 \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (33)$$

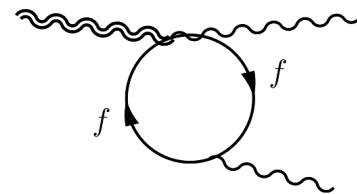
Quello appena considerato non è il solo diagramma che coinvolge un singolo gravitone, ma, al primo ordine perturbativo, occorre considerare altri diagrammi di Feynman che descrivono i processi d'interazione che coinvolgono tutte le particelle del Modello Standard. Alcuni di questi processi sono illustrati nella Figura 5. Le linee interne rappresentano alcune delle particelle del Modello Standard che interagiscono con i fotoni e con il gravitone. In Figura 5 le linee semplici



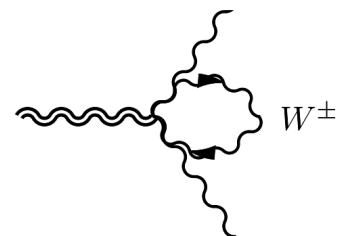
(a)



(b)



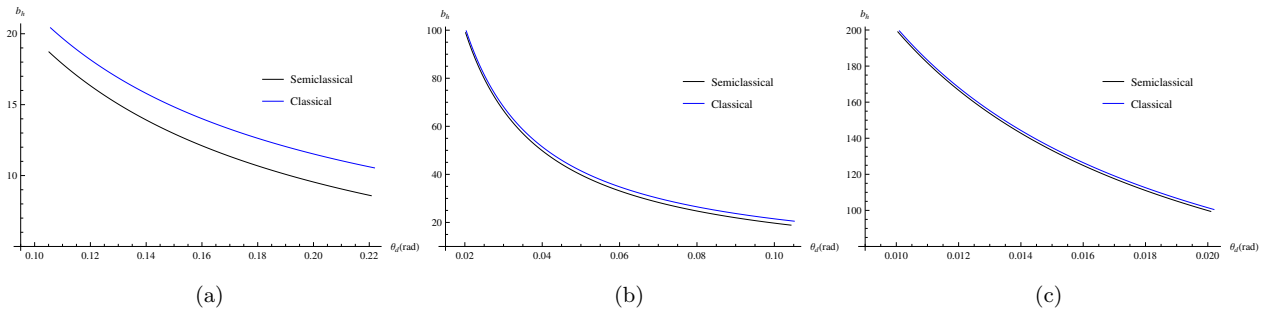
(c)



(d)

**Figura 5:** Sviluppo perturbativo al primo ordine dell'interazione di un gravitone con due fotoni.

orientate con una freccia e etichettate con  $f$  si riferiscono genericamente ai fermioni della teoria, come gli elettroni, mentre con le linee ondulate orientate si indicano i bosoni vettori massivi carichi  $W^\pm$ , che mediano l'interazione debole. Sottolineamo che negli esempi riportati, così come per tutti gli altri diagrammi che si possono definire, il gravitone compare sempre solo come una linea esterna, perché nella nostra trattazione



**Figura 6:** Parametro d'impatto  $b_h$  in unità di raggi di Schwarzschild in funzione dell'angolo di diffusione  $\theta_d$ . Le linee blu indicano il risultato classico, mentre quelle nere includono le correzioni quantistiche nel nostro approccio semiclassico. (a) è la regione vicina, (b) è quella intermedia e (c) quella lontana. La differenza tra la soluzione classica e quella semiclassica diventa significativa per parametri d'impatto inferiori a 20 volte il raggio di Schwarzschild, molto prossimi alla superficie dell'orizzonte di un buco nero (a).

il campo gravitazionale è appunto esterno.

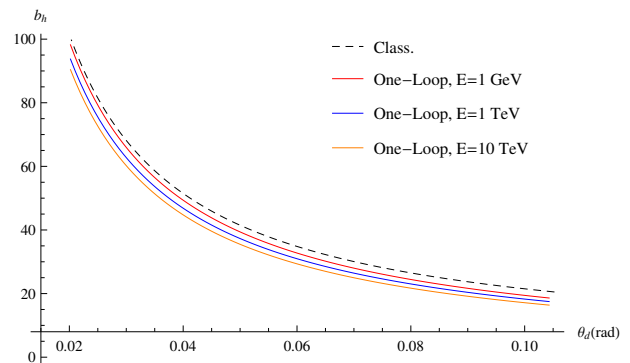
Ognuno di questi diagrammi contribuisce alla sezione d'urto totale che descrive il processo di diffusione del fotone sul campo gravitazionale. Con gli strumenti delle teorie di campo è possibile calcolare i vari contributi, quindi sommarli per produrre il risultato completo. Possiamo esprimere la sezione d'urto al primo ordine perturbativo [10, 11, 12, 13] nella forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (GM)^2 \cot^4 \frac{\theta}{2} (1 + \alpha \varphi(E, \theta)) \quad (34)$$

dove  $\alpha$  è la costante di struttura fine e  $\varphi(E, \theta)$  è la correzione derivante dai contributi quantistici e funzione dell'energia del fotone e dell'angolo di deflessione [13]. Sottolineiamo che la differenza più importante con il risultato all'ordine principale (33) consiste nella dipendenza dall'energia del fotone. Questo comporta che fasci di fotoni di differente energia subiscono deflessioni diverse.

Inserendo la sezione d'urto nella (32) si ottiene l'espressione  $b(\theta)$ , che collega il parametro d'impatto alla deflessione angolare [7]. Nel limite di piccole deflessioni ( $\theta$  piccolo) la suddetta relazione è in accordo con i risultati previsti dalla relatività generale. Per angoli di deflessione generici identifichiamo tre regioni nello spazio dipendenti dal valore che assume il parametro d'impatto: una vicina, una intermedia e una lontana dalla sfera fotonica.

In Figura 6 si riporta il confronto qualitativo tra l'approccio classico e quello semi-classico all'ordine perturbativo principale (33). È piuttosto chiaro che i due approcci prevedono deflessioni simili per le regioni intermedia e lontana, con



**Figura 7:** Confronto tra la soluzione classica e semiclassica al primo ordine perturbativo per tre diversi valori dell'energia del fotone.

differenze che diventano rilevanti solo quando il parametro d'impatto è molto vicino all'orizzonte del buco nero e quindi in una situazione di deflessione molto forte. Questo avvalorata la trattazione semi-classica non solo per piccole deflessioni, ma anche per la regione intermedia.

In Figura 7 si confronta il risultato classico con quelli derivanti dall'analisi quantistica al primo ordine perturbativo (34) per diversi valori dell'energia del fotone nella regione intermedia. All'aumentare dell'energia la correzione diventa sempre più rilevante e il fascio risente meno dell'influenza gravitazionale: a parità di parametro d'impatto l'angolo di deflessione si riduce.

## Conclusioni e Sviluppi Futuri

Il fenomeno della deflessione gravitazionale della luce costituisce una delle prove più evidenti della relatività generale di Einstein e merita, quindi, di essere analizzato sotto ogni suo aspet-

to. Lo studio degli effetti della meccanica quantistica sulla deflessione dei fotoni, benché sia ancora un filone di ricerca recente e per lo più inesplorato, ricopre senza alcun dubbio un ruolo molto importante per una futura comprensione di una teoria quantistica unificata della gravità e delle interazioni subatomiche. Oltre all'aspetto puramente teorico, tali analisi risultano interessanti anche da un punto di vista più fenomenologico. Infatti l'enorme interesse della comunità scientifica, rivolto allo studio dei fenomeni dell'Universo, potrebbe portare, in tempi molto brevi, ad affinare le odierne tecniche di misura sperimentali per poter raggiungere una sensibilità tale da apprezzare gli effetti quantistici. Un'eventuale osservazione di tali correzioni rappresenterebbe un enorme successo in campo astrofisico.

È chiara, quindi, la necessità di un'analisi teorica mirata ad individuare quelle regioni cinematiche e quelle configurazioni fisiche in cui gli effetti quantistici diventano importanti. Dalla breve discussione presentata nelle sezioni precedenti appare chiaro che le correzioni quantistiche elettromagnetiche ed elettrodeboli sulla deflessione della luce risultano significative per fotoni di alta energia o in regime di *strong lensing*. Inoltre, in quest'ultimo caso, se la lente è un buco nero, la deflessione dei fasci luminosi, avvicinandosi all'orizzonte degli eventi dello stesso, porterebbe preziose informazioni sulle singolarità della metrica di Schwarzschild.

Non meno importante è l'effetto di natura puramente quantistica, non previsto dalla relatività di Einstein, noto come *arcobaleno gravitazionale*. Esso descrive una dipendenza dell'angolo di deflessione dall'energia, ossia una dispersione angolare di un fascio luminoso costituito da fotoni di diversa lunghezza d'onda. L'impatto degli effetti quantistici sulla deflessione gravitazionale della luce è stato studiato quantitativamente utilizzando un approccio semi-classico al fenomeno fisico. Alcuni dei risultati ottenuti sono stati brevemente presentati in questo articolo e sono frutto di un'analisi critica del problema. In particolare abbiamo verificato la consistenza dell'approccio semi-classico mediante il confronto tra i risultati della relatività generale e quelli quantistici all'ordine principale dello sviluppo perturbativo. Il contesto in cui sono sviluppati i due approcci è quello dell'approssimazione di

campo debole che, come abbiamo visto, è valida fino a regioni prossime all'orizzonte degli eventi della lente. L'accordo dei risultati si ottiene non solo in regioni molto lontane, ma anche in regioni intermedie. Questo ci permette di estendere l'analisi quantistica all'ordine perturbativo successivo nelle suddette regioni. Abbiamo mostrato che le correzioni quantistiche della sezione d'urto al primo ordine perturbativo sono considerevoli e diventano significative all'aumentare dell'energia.

Sono possibili varie e interessanti estensioni dello studio che abbiamo brevemente descritto. Ad esempio, per migliorare l'accordo tra i due approcci spingendosi fino alla sfera fotonica della lente, si può usare lo sviluppo post-newtoniano della metrica gravitazionale. Un altro ambito di ricerca riguarda lo studio della deflessione di altri tipi di particelle, come i neutrini.

Il fenomeno della deflessione gravitazionale può, inoltre, essere utilizzato per studiare distribuzioni di materia oscura o di buchi neri nell'Universo. In questo articolo abbiamo presentato le caratteristiche di una distribuzione di materia statica e isotropa, per cui lo spazio-tempo circostante è descritto dalla metrica di Schwarzschild, ma si possono analizzare altri tipi di distribuzioni, come sorgenti rotanti e/o cariche.



- [1] A. EINSTEIN: "Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie", *Sitz. Preuss. Akad. Wiss.* **142** (1917) 142–152.
- [2] H. CAVENDISH: "Three Papers Containing Experiments on Factitious Air, by the Hon. Henry Cavendish", *Philosophical Transactions (1683-1775)* **56** (1766) 141-184.
- [3] J. G. VON SOLDNER: "Ueber die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung", *Annalen der Physik* **65** (1801) 593–604.
- [4] KARL SCHWARZSCHILD: "On the gravitational field of a sphere of incompressible fluid according to Einstein's theory", *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse* **1916** (1916) 424-434.
- [5] F. W. DYSON, A. S. EDDINGTON AND C. DAVIDSON: "Deflection of light by sun's gravitational field. Total eclipse of May 29, 1919", *Phil. Trans. Roy. Soc. of London ser. A* **220** (1920) 291–333.
- [6] D. E. LEBACH, B. E. COREY, I. I. SHAPIRO, M. I. RATNER, J. C. WEBBER, A. E. E. ROGERS, J. L. DAVIS AND T. A. HERRING: "Measurement of the Solar Gravitational

Deflection of Radio Waves Using Very-Long-Baseline Interferometry”, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1439-1442.

- [7] C. CORIANÒ, L. DELLE ROSE, M. M. MAGLIO AND M. SERINO: “Electroweak Corrections to Photon Scattering, Polarization and Lensing in a Gravitational Background and the Near Horizon Limit”, *J. of High Energy Physics* **1501** (2014) 1–39.
- [8] F. A. BERENDS AND R. GASTMANS: “Quantum Electrodynamical Corrections to Graviton-Matter Vertices”, *Annals of Physics* **98** (1976) 225–236.
- [9] G. DEGRASSI, E. GABRIELLI, AND L. TRENTADUE: “Flavor Changing Fermion-Graviton Vertices”, *Phys.Rev. D* **79** (2009) 053004.
- [10] C. CORIANÒ, L. DELLE ROSE, E. GABRIELLI, AND L. TRENTADUE: “Fermion Scattering in a Gravitational Background: Electroweak Corrections and Flavour Transitions”, *J. of High Energy Physics* **1403** (2014) 1–37.
- [11] C. CORIANÒ, L. DELLE ROSE, E. GABRIELLI, AND L. TRENTADUE: “One loop Standard Model corrections to flavor diagonal fermion-graviton vertices”, *Phys. Rev. D* **87** (2013) 054020.
- [12] C. CORIANÒ, L. DELLE ROSE, E. GABRIELLI, AND L. TRENTADUE: “Mass Corrections to Flavor-Changing Fermion-Graviton Vertices in the Standard Model”, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 085008.
- [13] C. CORIANÒ, L. DELLE ROSE, AND M. SERINO: “Gravity and the Neutral Currents: Effective Interactions from the Trace Anomaly”, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 125028.
- [14] R. DELBOURGO AND P. PHOCAS-COSMETATOS: “Radiative corrections to the photon graviton vertex”, *Phys.Lett. B* **41** (1972) 533–535.
- [15] E. GOLOWICH, P. GRIBOSKY, AND P. PAL: “Gravitational scattering of quantum particles”, *American Journal of Physics* **58** (1990) 688–691.

[16] A. ACCIOLY AND R. PASZKO: “Photon mass and gravitational deflection”, *Phys.Rev.D* **69** (2004) 107501.



**Claudio Corianò:** si è laureato in Fisica presso l’Università di Torino ed ha ricevuto il Master of Arts ed il Ph.D. in Fisica dalla State University di New York a Stony Brook (1992). Dal 1992 al 1999 ha svolto ricerca post-dottorale presso l’Università di Stoccolma, l’Argonne National Laboratory, l’Università della Florida a Gainesville ed il Thomas Jefferson Laboratory in Virginia. È attualmente Professore associato in fisica teorica delle interazioni fondamentali presso l’Università del Salento.

**Luigi Delle Rose:** si è laureato in Fisica nel 2009 ed ha conseguito il dottorato di ricerca nel 2012, entrambi presso l’Università del Salento, dove svolge attualmente attività di ricerca post-dottorale in fisica delle interazioni fondamentali, teoria dei campi ed astrofisica particellare.

**Marta Dell’Atti, Matteo Maria Maglio:** sono studenti del corso di laurea specialistica in fisica presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell’Università del Salento. I loro interessi scientifici sono indirizzati presso la fisica delle interazioni fondamentali, la teoria dei campi e la cosmologia.





---

# Scienza e bellezza

**Paolo Ciafaloni** INFN Lecce & Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi" - Università del Salento

---

**L**a Scienza non coincide con il metodo scientifico. Quest'ultimo è in buona sostanza un crivello adatto a separare le idee che maggiormente si adattano ad una descrizione della realtà da quelle che se ne discostano. Ma una teoria scientifica è molto più di questo, e la creazione di un nuovo modello va molto al di là dei metodi logico-deduttivi-sperimentali propri del metodo scientifico. Una teoria scientifica è un'opera d'arte, e, per poterla costruire, sono centrali parole-chiave come creatività, semplicità, unificazione e, in ultima analisi, bellezza. Prendo come caso esemplificativo le teorie sulla gravità per mostrare la validità di questa mia tesi.

## Prologo

È la terra a girare intorno al sole o piuttosto il sole danza attorno alla terra? La stragrande maggioranza delle persone ad una simile domanda risponderebbe che è il sole il perno centrale attorno a cui ruotano i pianeti del sistema solare, terra inclusa. In realtà non è così. Per un fisico profondamente relativista come me le due affermazioni "il sole gira intorno alla terra" e "la terra gira intorno al sole" sono perfettamente equivalenti: in effetti si tratta solo di diversi punti di vista sullo stesso fenomeno fisico. Anzi, per la descrizione di alcuni fenomeni come l'alternarsi delle stagioni è nettamente più facile e intuitivo, oltre che fondamentalmente più corretto, immaginare che

il sole ruoti intorno all'asse terrestre, con l'orbita su un piano che varia a seconda del periodo dell'anno. Pensare invece che la terra ruoti intorno al sole genera solo confusione e conclusioni sbagliate: provare per credere. Ma allora come mai l'umanità si è convinta che la terra giri intorno al sole? Un motivo c'è, e in questa mia esplorazione storica sul metodo scientifico cerco di tracciare le tappe che hanno portato ad immaginare il sole come centro del sistema solare.

## Il Metodo Scientifico

In estrema sintesi, il metodo scientifico consiste in

- avere un'idea, cioè fare un'ipotesi su un dato fenomeno o classe di fenomeni fisici,
- esplorare le conseguenze dell'ipotesi usando logica, deduzione e matematica,
- confrontare le conseguenze dell'ipotesi con i fatti sperimentali.

Se l'ipotesi e le sue conseguenze non sono compatibili con i fatti sperimentali, allora si deduce che l'ipotesi è *falsa* e va scartata. Se invece i fatti sono compatibili con l'ipotesi, quest'ultima è *nonfalsa*. Non esistono ipotesi o teorie *vere*, in quanto una tale affermazione presuppone di poter mettere la teoria al vaglio di qualsiasi esperimento, anche futuro: cosa ovviamente impossibile.

È importante notare che, mentre esiste una chiarezza metodologica sulla transizione ipotesi → verifica sperimentale, non esiste alcun metodo che consenta di indovinare l'ipotesi giusta,



**Figura 1:** Piano inclinato di Galileo. Le campanelle sono disposte in modo da suonare ad intervalli regolari (vedi testo).

neanche se si è a conoscenza di tutti i fatti sperimentali. È in questo spazio che si concretizza la creatività di uno scienziato.

A titolo di esempio, consideriamo l'ipotesi di Galileo (1564-1642, pisano come me) sulla caduta dei gravi, formulata dopo anni di ricerche<sup>1</sup>:

*Tolti gli impedimenti, ogni corpo nelle vicinanze della terra si muove con accelerazione costante. Gli spazi percorsi sono cioè circa proporzionali ai quadrati dei tempi.*

Per *impedimenti* Galileo intende sostanzialmente l'attrito dell'aria. Una legge fisica, da Galileo in poi, è una relazione matematica fra quantità misurabili, spazio e tempo in questo caso. Si noti il carattere di *universalità* della legge: essa deve valere per tutti i corpi, di qualunque massa e composti di qualunque sostanza. Qualora un esperimento particolare avesse come risultato che la legge non si applica a un determinato corpo, la legge dovrebbe essere considerata falsa. In contrasto con la filosofia Aristotelica imperante all'epoca, la legge è *quantitativa* e si esprime in termini *matematici*. Questo consente un rigoroso confronto con l'esperimento, che ad esempio deve dare lo stesso risultato a Roma oppure a Timbuctù, cioè deve essere *riproducibile*.

Per verificare questa Legge, Galileo considera il moto di oggetti sferici lungo un piano inclinato (vedi Figura 1). Gli oggetti presi in esame rotolano senza strisciare e hanno circa le stesse dimensioni, pur essendo composti di materiali distinti, avendo quindi masse diverse. Il piano inclinato serve per rallentare il moto di caduta

<sup>1</sup>il testo è mio, ho fatto una sintesi delle ipotesi di Galileo

consentendo una misura più precisa dei tempi<sup>2</sup>. Le campanelline sono disposte in modo che il corpo, accelerando, le faccia suonare a distanze di tempi circa uguali. Si può quindi verificare la proporzionalità delle distanze spaziali ai quadrati delle distanze temporali e l'indipendenza delle accelerazioni dalle masse dei corpi.

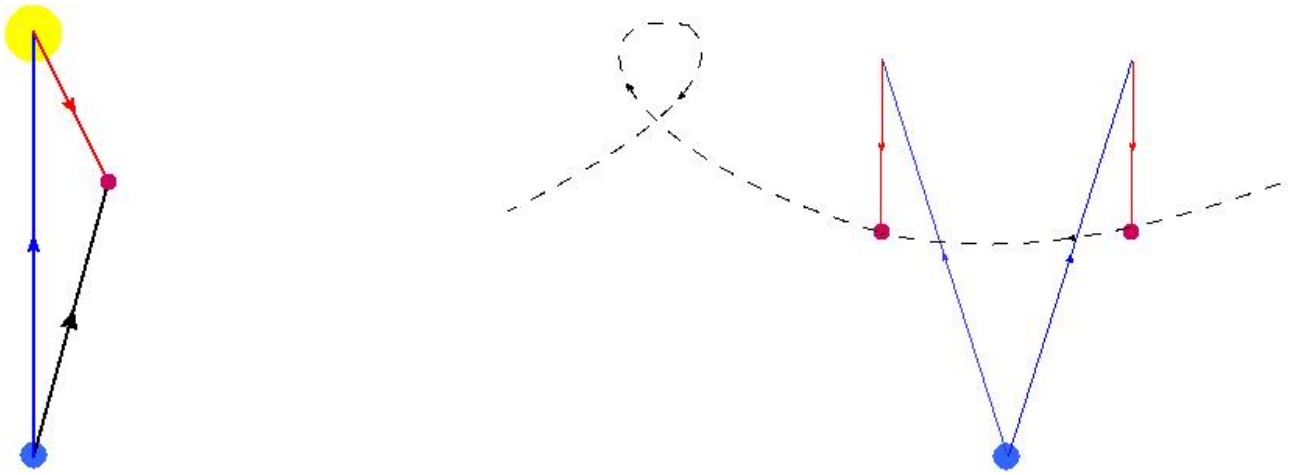
## Relatività

È il momento di spiegare perchè i due sistemi eliocentrico, o Copernicano (Copernico<sup>3</sup> 1473-1543) in cui l'osservatore coincide con il Sole, e quello geocentrico, o Tolemaico (Tolomeo 175 circa) in cui l'osservatore coincide con la Terra, siano *esattamente* equivalenti.

Venere, secondo pianeta del sistema solare, dista dal Sole circa i 3/4 della distanza Sole-Terra; è rappresentato in Figura 2 da un cerchio rosso. In figura la Terra è indicata in blu ed il sole ovviamente in giallo. Un osservatore sulla terra vede il Sole ad una distanza e direzione rappresentati dalla freccia blu e vede Venere con distanza e direzione rappresentati dalla freccia nera. Analogamente un osservatore sul Sole vede Venere con direzione e distanza rappresentati dalla freccia rossa. Il punto di vista della Terra su Venere si può ottenere componendo i punti di vista della Terra sul Sole e quello del Sole su Venere. Formalmente si ha la relazione vettoriale  $\overrightarrow{TV} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SV}$ . L'evoluzione nel tempo dei punti di vista, e quindi la traiettoria di Venere vista dalla Terra, è mostrata nella parte destra della figura stessa. È sufficiente immaginare  $\overrightarrow{TS}$  come la lancetta di un orologio grande con centro la Terra, e  $\overrightarrow{SV}$  come la lancetta di un orologio piccolo il cui centro (il Sole) è imperniato sull'estremità della lancetta  $\overrightarrow{TS}$ . I due orologi hanno frequenze diverse, e in particolare quello piccolo è più veloce di quello grande a causa del fatto che la distanza Sole-Venere è più piccola di quella

<sup>2</sup>All'epoca di Galileo non esistevano orologi in grado di misurare tempi dell'ordine del secondo. Galileo stesso diede un contributo al miglioramento delle misure osservando l'isocronismo del pendolo, cioè il fatto che la frequenza dell'oscillazione non dipende, in prima approssimazione, dalla sua ampiezza.

<sup>3</sup>Ho sempre trovato curioso il fatto che Copernico fosse un sacerdote. Alla luce di quello che succederà a Galileo cent'anni dopo per aver difeso le tesi copernicane, mi sembra un interessante paradosso.

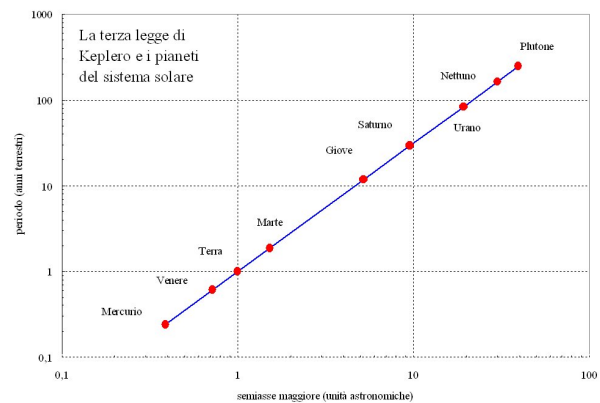


**Figura 2:** A sinistra, la Terra (in blu), il Sole (giallo) e Venere (rosso). La posizione di Venere rispetto alla Terra è ottenuta come composizione vettoriale delle posizioni Sole-Terra e Venere-Sole. A destra, l'evoluzione temporale: i vettori possono essere pensati come lancette di due orologi, uno più lento (terra-sole) e uno più veloce (sole-venere). Entrambi gli orologi girano in senso antiorario in figura, ma le lancette di venere-sole sono più rapide di quelle terra-sole, essendo Venere più vicina della Terra al Sole. Per la maggior parte del tempo l'orbita di Venere rispetto alla Terra è in senso antiorario, ma in alcune zone è in senso orario (moto retrogrado).

Sole- Terra<sup>4</sup>. Appare chiaro che il punto di vista geocentrico e quello eliocentrico sono esattamente equivalenti dal punto di vista della descrizione del moto e sono anche ugualmente complicati. È possibile rendersene conto osservando le immagini dei planetari **copernicani** e **tolemaici** su internet. Da questo punto di vista, la preferenza di Galileo per il sistema eliocentrico appare più come una questione filosofica che scientifica, ovvero: *come rischiare il rogo per nulla*.

## Verso il sistema eliocentrico: Brahe, Keplero e Newton

Tyco Brahe (1546-1601), astronomo danese, è uno dei primi a rendersi conto che la diatriba fra sistema geo- ed elio- centrico si può risolvere solo con i numeri, le misure. Con pazienza, si mette nelle lunghe notti danesi a osservare il cielo e le posizioni dei pianeti e ne misura le posizioni con il variare del tempo, dimostrando con ciò una dedizione alla causa della Scienza sconosciuta di questi tempi. D'altra parte, uno che perde il naso in un duello per stabilire chi abbia maggiori doti per la matematica deve avere per forza qualche qualità fuori dal comune. Il tedesco Keplero (1571-1630), astronomo, matematico, teologo e



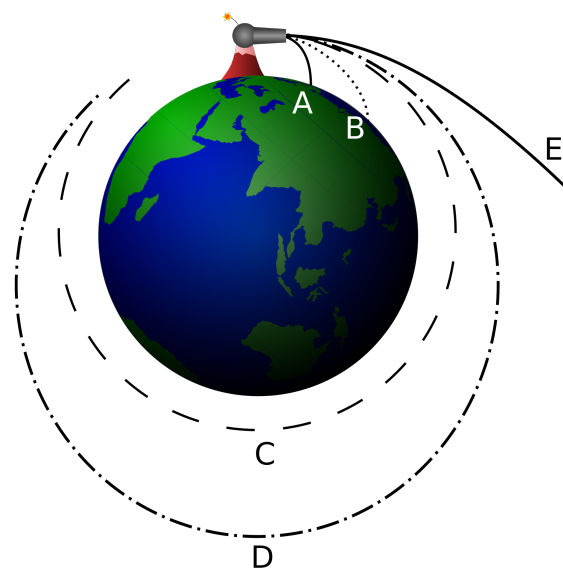
**Figura 3:** La terza legge di Keplero: i quadrati dei periodi di rivoluzione (ovvero l'inverso dei quadrati delle frequenze) dei pianeti del sistema solare sono proporzionali al cubo delle distanze dal Sole. La figura è in scala logaritmica e si trasforma in una regressione lineare: se  $T$  sono i periodi e  $D$  le distanze  $T^2 = KD^3 \Rightarrow \log T = \frac{1}{2} \log K + \frac{3}{2} \log D$  con  $K$  costante universale.

musicista, assistente di Brahe, dimostrò un tipo di dedizione altrettanto ammirevole ma profondamente diversa. Egli cercò infatti di identificare una struttura muovendosi attraverso l'enorme giungla di informazioni che Brahe gli procurava. In termini moderni, questo processo si chiamerebbe *data mining*. Keplero formulò le tre Leggi che portano il suo nome, che riguardano il moto dei pianeti del sistema solare. Il punto cruciale che mi interessa mettere in evidenza è che le leggi di Keplero sono intrinsecamente legate a un

<sup>4</sup>I quadrati delle velocità delle lancette sono inversamente proporzionali alla distanza dal Sole (vedi Figura 3); è questa una delle Leggi di Keplero che discuto più avanti.

sistema eliocentrico: non sarebbe assolutamente possibile trovare leggi quantitative così *semplici* basandosi su un sistema geocentrico. Modernamente, diremmo che il sistema geocentrico è dominato da forze apparenti che rendono estremamente *complicate* le relazioni fra quantità spaziali e quantità temporali. Il sistema geocentrico riceve così un primo, durissimo colpo. Il colpo di grazia lo dà Newton (1642-1727), che era stato convinto da Halley (1656-1742), appassionato di comete, ad uscire temporaneamente dalla vita ascetica che stava conducendo per occuparsi di questioni connesse con la gravità. Il primo passo rivoluzionario di Newton è quello di ipotizzare che la stessa causa, la gravità, che fa cadere una palla di cannone sulla terra possa essere responsabile del moto della Luna intorno alla Terra (vedi Figura 4). Il secondo passo è quello di dimostrare che facendo DUE sole ipotesi, e cioè che le accelerazioni dei pianeti siano dirette verso il sole e che i moduli delle accelerazioni stesse siano inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze, si riescono a dimostrare le TRE leggi di Keplero. Questo è un passo fondamentale: la tendenza alla *unificazione* delle leggi della fisica, cioè riuscire a spiegare il maggior numero di fenomeni naturali con il minor numero possibile di ipotesi. Infine, il terzo e forse più importante passo è quello nella direzione della *universalità*. Per quello che sappiamo attualmente, la legge di gravitazione di Newton è valida per un enorme numero di fenomeni naturali in cui è coinvolta la gravità, e su scale di distanza che vanno dal millimetro ai  $10^{20}$  metri della nostra galassia, la Via Lattea.

Dovrebbe essere chiaro a questo punto capire che, anche se i due massimi sistemi sono equivalenti dal punto di vista della descrizione del moto, non lo sono affatto dal punto di vista della dinamica, cioè delle leggi che descrivono le interazioni fra oggetti e permettono di trovare le relazioni fra posizioni occupate dai corpi e gli intervalli di tempo trascorsi. Inoltre la scoperta della gravitazione universale si rivela estremamente *feconda*, apre la via cioè ad un enorme numero di conseguenze fisiche destinate a rimanere inesplorate qualora ci si limiti alla pura descrizione del moto. Una lista molto parziale di tali conseguenze include ad esempio la prima misura della velocità della luce grazie all'osservazione di Io,



**Figura 4:** Un rifacimento moderno della figura a pag. 6 di *A Treatise of the System of the World*, il libro scritto da Newton per divulgare in forma semplice i contenuti del suo monumentale *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Se un cannone posto su di una montagna lancia i suoi proiettili a bassa velocità, essi ricadranno sulla Terra (A,B). Ma se la velocità è sufficientemente alta essi entreranno in orbita (C,D) o, addirittura, si allontaneranno per sempre dal pianeta (E)

la prima delle lune di Giove scoperte da Galileo (Rømer 1672) e la scoperta del pianeta Nettuno grazie a una serie di anomalie riscontrate sul moto di Urano (Le Verrier e Adams, 1846).

Ma una nuova anomalia gravitazionale, cioè il moto del pianeta Mercurio incompatibile con le leggi della gravitazione di Newton (ancora Le Verrier, 1859) stava per aprire la strada alla nuova teoria della gravità, oggi nota come relatività generale, ad opera di uno dei più grandi geni del secolo passato.

## Albert, energia e materia oscura.

Essendo un rivoluzionario, Einstein (1879-1955) per scrivere una nuova teoria della gravità non parte dai dati osservazionali come il moto di Mercurio, bensì da un principio generale che oggi chiameremmo di *simmetria*: le leggi della fisica devono essere equivalenti, in gergo, covarianti, per due osservatori in moto relativo qualunque. I due osservatori possono quindi ruotare, trasla-

re, accelerare ecc. uno rispetto all'altra. La cosa può sembrare ovvia, ma non lo è affatto. Questo principio, detto di relatività, era stato introdotto in una forma meno generale già da Galileo, ed è talmente restrittivo da porre limitazioni ben precise sulla forma delle equazioni che descrivono le leggi della fisica. Non entro nei dettagli della teoria della relatività generale nel presente contesto, e mi limito ad osservare che nell' A.D. 2015 i fisici sono di nuovo in un certo modo inguaiati con la gravità. Dal punto di vista teorico infatti, è ben noto che i due pilastri della fisica del ventesimo secolo, cioè la Meccanica Quantistica e la Teoria della Relatività, sono incompatibili fra di loro. Malgrado un elegante tentativo di soluzione di questo problema con la teoria delle stringhe e le sue varianti, la questione è tuttora irrisolta. Dal punto di vista fenomenologico, le osservazioni astrofisiche hanno prodotto negli ultimi anni alcuni risultati sconcertanti. La forza di gravità sembra richiedere infatti una modifica per via della apparente presenza di forze attrattive su scale piccole, cioè dell'ordine delle dimensioni di una galassia, circa 100.000 anni luce, e di forze repulsive su scale grandi, cioè dell'ordine del miliardo di anni luce. Al primo mistero si dà il nome di Materia Oscura, al secondo di Energia Oscura: entrambe sono in attesa di una spiegazione soddisfacente.

## Epilogo

Le parole-chiave che ho usato: *universalità, unificazione, semplicità, bellezza, simmetria, creatività* sono estranee alla freddezza e all'austerità del Metodo Scientifico. Eppure, con esso si combinano per produrre quel particolare rapporto fra l'Uomo e la Realtà che è la Scienza. L'Arte e la Scienza sono accomunate da questo: la ricerca della bellezza e dell'unità di tutte le cose.



**Paolo Ciafaloni:** è un ricercatore in fisica teorica presso l'INFN e l'Università del Salento; vive ad Arnesano in provincia di Lecce. Laureato a Pisa nel 1991, si occupa di fisica delle particelle, cosmologia e teoria della informazione quantistica.





---

# La realtà tra percezione e fisica

**Marco Mazzeo**

Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" Università del Salento

---

**Q**uando contempliamo un dipinto ci soffermiamo su molteplici aspetti: l'estetica, i colori, le simmetrie evidenti, nascoste o assenti, il significato politico e morale o narrativo e mitologico. Raramente però riflettiamo sui processi fisici, fisiologici e cognitivi che sono coinvolti nel processo visivo, in particolare nella percezione dei colori e delle forme. E ancor più raramente ci poniamo domande le cui risposte attendono probabilmente una convergenza di più discipline e aree che vanno dalla fisica, alle neuroscienze, dalla biologia alla filosofia. Quando percepiamo qualcosa non sempre è reale come testimoniano le illusioni ottiche. E allora quale criterio adoperare per stabilire cosa sia reale e cosa invece solo soggettivo? Quando si parla della soggettività, ovvero della percezione, che tipo di spiegazione ci forniscono i grandi schemi interpretativi scientifici della realtà? Che ruolo ha la fisica quantistica nella percezione? Se il cervello è in definitiva l'apparato di misura finale che ruolo ricopre l'interpretazione di Copenaghen nel problema della percezione? In definitiva il problema realtà-

**cervello-mente può essere svelato nella sua totalità dalla scienza moderna?**

## Introduzione

È possibile affermare che la scienza moderna nasca nel momento in cui, con Galileo Galilei, osservatore e osservato vengono completamente separati. Con Galilei infatti lo scienziato si interroga sulla realtà controllando un dato fenomeno attraverso l'esperimento, che, lungi dall'esser semplice osservazione, costringe la natura a funzionare in un apparato ben definito in cui gli *accidenti*, ovvero ciò che complica il quadro sperimentale, ad esempio l'attrito, sono ridotti al minimo, e in cui l'osservatore è separato dall'oggetto di studio e non interagisce con esso. Da quel momento la scienza inizia a costruire teorie le cui leggi sono indipendenti dalla posizione dell'osservatore, dal suo stato dinamico, e ovviamente da quello percettivo e mentale. Questa cesura trova le sue fondamenta in quelle che Galilei definì qualità vere e simulacri [1] e John Locke qualità primarie e secondarie [2], intendendo con le prime ciò che si può descrivere in termini misurabili, come la posizione, la forma, il moto, e con le seconde tutto ciò che popola i sensi e la percezione. A partire da questa presa di posizione filosofica, la storia della scienza è stata sostanzialmente il tentativo di estendere sempre più a fondo il dominio delle qualità primarie creando teorie che associano ad esse entità e regole matematiche (le leggi fisiche)

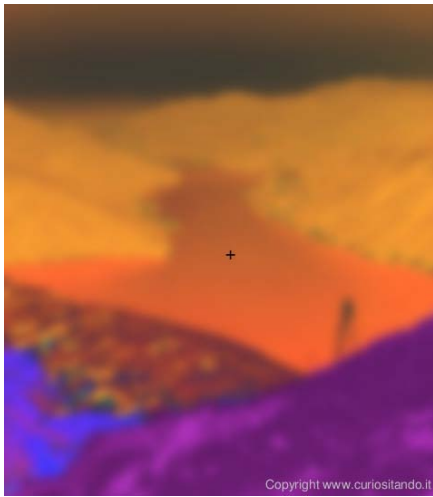
che siano indipendenti appunto dallo stato fisico dell'osservatore. Questo modo di concepire la conoscenza della natura, che trova le sue radici in ciò che Galilei definiva *sensate esperienze e certe dimostrazioni* [1], ha dato origine a ciò che definiamo fisica classica, che raggiunge il suo apice con le teorie della relatività, ristretta e generale, di Einstein, nelle quali le leggi fisiche sono indipendenti dallo stato di moto dell'osservatore, sia inerziale che accelerato.

Tuttavia, oggi ci troviamo di fronte ad un grande enigma che potremmo definire probabilmente una crisi di questa visione: i processi di percezione. Questi coinvolgono problematiche di fondo che vanno dal problema della misura, in cui la visione classica della separazione tra osservatore e osservato, sembra crollare sotto i paradigmi della meccanica quantistica, alla problematicità della separazione stessa tra qualità primarie e secondarie. Se da un lato la percezione si può spiegare con meccanismi classici di base fisici e materialistici, dall'altro la sensazione della percezione stessa è un problema che pare irriducibile a meccanismi fisici. In questo articolo vedremo come il meccanismo della visione, se analizzato dalla formazione dell'immagine sulla retina fino alla percezione a livello mentale, offra proprio uno spunto per riflettere su questi problemi di confine in quanto in esso sono coinvolti vari processi che, se da un lato sfruttano teorie del mondo nate in seno alla tradizione galileiana, dall'altra pongono questioni cruciali sul ruolo della coscienza nella costruzione del mondo stesso e quindi su cosa significhi conoscere la realtà.

## **Dove collocare la barriera: la polemica sulle comete tra Grassi e Galilei**

Una breve digressione storica e filosofica ci permetterà di capire il peso che questa questione ha avuto nello sviluppo della scienza in occidente, determinandone il poderoso sviluppo e le sue attuali contraddizioni. Il motivo per cui Galilei creò questa scissione filosofica tra osservato e osservatore e tra qualità primarie e secondarie, in sintesi tra mondo oggettivo e soggettivo, deriva dalla consapevolezza che non tutto ciò che è sperimentabile coi sensi sia necessariamente

vero. Questo aspetto, da lui evidenziato nel *Il Saggiatore* [1], che potrebbe a buon titolo essere definito il manifesto della scienza moderna e della epistemologia scientifica, è il filo conduttore di tutte le sue ricerche, volte alla dimostrazione dell'eliocentrismo e del copernicanesimo. Se infatti la Terra orbita attorno al Sole come mai i nostri sensi, seppur appartenenti a dei copernicani, non se ne accorgono? E, soprattutto, è possibile considerare valide delle teorie che palesemente entrano in conflitto con ciò che i sensi ci raccontano, come appunto l'idea secondo cui la Terra si muove nello spazio alla folle velocità di 30km/sec? C'è da mandare all'aria l'idea secondo cui osservare non basta per far scienza (idea che ancora oggi viene perpetrata nelle scuole), perché i sensi sono fallaci. Come costruire allora la scienza se non si può credere ai nostri sensi? Domanda che si porrà l'aristotelico Simplicio nel *Dialogo Sopra i Massimi sistemi del mondo* [3], a riprova che gli aristotelici non erano privi di buon senso. Ma è proprio il buon senso comune che la scienza galileiana demolirà nei suoi 400 anni di prodigioso sviluppo. Si dirà: ma in fondo la fisica non deve descrivere proprio ciò che i nostri sensi percepiscono? La questione fu violentemente sollevata quando Galilei entrò in conflitto col gesuita Orazio Grassi attorno al grande dibattito sulle comete. Di cosa si discuteva? Le domande erano le seguenti: *sono esse corpi atmosferici, corpi celesti, oppure non esistono e sono semplicemente frutto di una errata percezione della realtà?* Grassi sostenne che le comete fossero corpi extra-atmosferici [4], come provava l'osservazione al cannocchiale. Con questo strumento infatti non si riusciva ad aumentare le dimensioni di questi corpi celesti, ragione per cui dovevano situarsi ben al di là di Saturno. L'argomentazione faceva leva sul fatto che mentre i pianeti potevano essere ingranditi dalle lenti non accadeva la stessa cosa per le ben più distanti stelle che, se osservate ad un telescopio, appaiono sempre puntiformi. Una buona argomentazione non c'è che dire. Ci si potrebbe attendere che Galilei appoggiasse la teoria di Grassi, perché l'idea che ci fossero corpi supra-lunari, che per giunta non si muovevano lungo circonferenze ma su orbite più allungate (paraboliche o ellittiche sappiamo oggi), minava di certo l'aristotelismo più intransigente. Ma Galilei vi si oppose, anche con violenza verba-



**Figura 1:** Osservate il panorama in falsi colori fissando l'attenzione sulla croce al centro. Dopo circa una trentina di secondi spostate lo sguardo sulla figura in bianco e nero e rispondete alla seguente domanda: il panorama che sto percependo è reale? Foto tratte da [www.curiositando.it](http://www.curiositando.it)

le, in quanto Grassi aderiva al modello ibrido di Ticho Brahe. In questo modello la Terra era al centro immobile, e questo salvava le *sensate esperienze* che ci assicurano che la Terra è ferma, altrimenti ce ne accorgeremmo, mentre i pianeti orbitavano attorno al Sole il quale, a sua volta, si muoveva attorno alla Terra, fatto questo che salvava le pure altre *sensate esperienze* realizzate al cannocchiale di Galilei. Insomma, il modello di Ticho Brahe pone la percezione (ad occhio nudo e al cannocchiale) alla base della scienza. Tuttavia questo modello non venne nemmeno preso in considerazione da Galilei. Prova ne è il fatto che il *Dialogo* del 1632 è sopra due massimi sistemi del mondo, copernicano e tolemaico, non su tre. Galilei ribatté indirettamente a Grassi nel *Discorso delle comete* firmato Mario Guiducci [5], senza apparire come autore giacché gli era stato ordinato formalmente dal cardinale Bellarmino di non poter più diffondere le sue teorie, sostenendo che

*A chi stesse pure ostinato che, per provar l'immensità della lontananza, concludesse l'argomento preso dal poco aggrandimento del telescopio, si potrebbe agevolmente dare a intendere che una candela accesa e posta in altezza di cento o dugento braccia fosse tra le stelle fisse, poiché pochissimo viene dall'occhiale ingrandita.*

Si dipana pertanto una questione non da poco: fino a che punto possiamo sostenere la realtà di un fenomeno? La cometa di Grassi era un corpo reale e oggettivo o era completamente frutto dell'osservatore, un gioco di luce causato da turbolenze atmosferiche e dal nostro apparato visivo? Galilei fornisce altri esempi più quotidiana-

ni delle comete che chiariscono questo punto, e lo fa appunto ne *Il Saggiatore* del 1623. La striscia luminosa riflessa dal mare al tramonto del Sole ne è un esempio. Se l'osservatore cammina lungo la spiaggia si rende conto che l'immagine percepita resta la stessa, e sembra seguirlo. E così come quella striscia luminosa sono tanti i fenomeni non reali ma fittizi o comunque interpretati dal nostro insieme occhio-cervello e non completamente oggettivi, come l'arcobaleno e gli stessi colori come vedremo. Le illusioni ottiche sono proprio quello strumento che ci permette di rendere manifesta questa realtà non reale ma ricostruita, almeno in parte, dal cervello. Per comprendere quanto il sensorium giochi un ruolo determinante e come i colori siano soprattutto entità fisiologiche e psicologiche, osservate il panorama di Figura 1 in falsi colori (a sinistra) e dopo un minuto, spostate l'attenzione sullo stesso panorama (a destra) ripreso in bianco e nero.

Come per miracolo, la foto vi sembrerà a colori, non falsi colori badate, ma colori veri. Il fiume ad esempio apparirà azzurro, come deve essere, mentre in nessuna delle foto lo è, né in quella in falsi colori e né, ovviamente in quella in bianco e nero. Da dove è saltato fuori quell'azzurro? La cosa che dovrebbe saltare agli occhi è che questo è un tipico esempio di come Galilei avesse ragione, in quanto abbiamo attribuito un colore ad un qualcosa che non l'aveva. La conclusione è ovvia: sebbene il colore sia qualcosa da associare alla realtà esterna, altrimenti non si distinguerebbero colori diversi, esso è comunque anche e soprattutto un parto della nostra soggettività. Il colore ha cioè il suo lato fisiologico, che dipende da come sono fatti i nostri occhi e il nostro cervello, che

si sono evoluti in un certo modo nel corso di centinaia di migliaia di anni. Tuttavia la domanda si fa pressante: dove dovremmo collocare infatti il limite tra ciò che è reale ed esterno, indipendente da noi, e ciò che è soggettivo? La domanda è essenziale se vogliamo edificare una fisica, che diverrà la fisica classica, le cui leggi siano indipendenti dall'osservatore. Galilei nel *Saggiatore* ci dà una linea guida fornendo l'esempio del calore. Il calore non è una proprietà di un corpo ma della relazione che passa tra questo e la nostra epidermide. Un corpo caldo ha le sue molecole che si agitano più delle molecole che formano l'epitelio e noi pertanto assorbiamo, col contatto, parte di quel movimento casuale interpretandolo con l'aggettivo caldo. Quando invece tocchiamo un corpo freddo esso non possiede le proprietà di freddezza. Semplicemente le nostre molecole si agitano maggiormente delle sue, e questa volta quel moto casuale viene trasferito dalla pelle all'oggetto. Insomma, possiamo descrivere i nostri sensi mediante il movimento dei corpuscoli di cui sono fatti sia il sensore biologico, l'epitelio o l'occhio, che gli oggetti esterni sotto indagine. Poi il cervello ricostruisce questi impulsi traducendoli in immagini, colori, profumi, sensazioni tattili ecc, ovvero nell'atto percettivo.

In questo modo se rimuovessimo tutti gli organi di senso, dice Galileo, elimineremmo tutte queste qualità secondarie e solo quelle primarie resterebbero della realtà esterna, ovvero la forma geometrica dei corpi, di quante parti è formato un corpo, e come esse si muovono nello spazio e nel tempo. Insomma resta ciò che definiamo fisica. Pensateci bene. La fisica si occupa proprio del moto dei corpi rigidi nello spazio e nel tempo. Di pianeti attorno al Sole o di elettroni attorno al nucleo degli atomi. Di oscillazione elettriche e magnetiche nello spazio come fossero onde del mare. E se pensate alla chimica organica, con le sue immagini di atomi di carbonio disposti a formare strutture geometriche, essa segue proprio quel principio. E se pensate alla biologia molecolare, con molecole di DNA e proteine viste come atomi disposti in configurazioni ordinate e funzionali tali da accumulare e leggere informazione, vedrete proprio l'enunciato di Galilei. E infine se pensate alle interazioni tra i neuroni, che avvengono mediante scambi di ioni, che sono alla base del pensiero stesso o meglio

il suo corrispettivo neurale, capite bene come si innesta la neurobiologia nello stesso filone della teoria della conoscenza espressa da Galilei ne il *Saggiatore*. Ma ecco allora che la scienza prende una strada senza ritorno: è possibile infatti che le qualità secondarie in realtà possano essere comunque descritte in seno alla fisica come movimento di corpuscoli o configurazioni atomiche o di corrente tra neuroni? In tal caso tutto sarebbe qualità primaria. E viceversa se esiste una barriera tra qualità primarie e secondarie dove collocarla? La fisica ha tentato così di estendere sempre più il dominio delle qualità primarie nella spiegazione del mondo fino a inglobare le secondarie, procedendo se vogliamo in modo opposto all'arte, in cui la sensazione, la percezione, il sentire è esteso al mondo attribuendogli un significato che la scienza non gli conferisce per metodo. Ma procedendo sulla via intrapresa da Galilei si incontrano ostacoli e contraddizioni inattese. Vediamo di che si tratta concentrandoci appunto sul meccanismo della visione.

## **Il processo visivo e la spiegazione atomistico-molecolare del colore**

Se vogliamo descrivere il processo di visione del colore rosso di una mela dovremmo cercare di identificare le qualità primarie relative al colore. Appare ovvio, da quanto detto prima, che il colore non appartiene solo a questa categoria. E allora la domanda corretta è: in cosa consiste la qualità primaria del colore? La teorie ondulatorie della luce proposte da Huygens, Young e Maxwell, che ben si accordano ai ben noti fenomeni di interferenza e di polarizzazione della luce, forniscono un'indicazione: il colore è univocamente definito nell'aspetto della sua qualità primaria, dalla lunghezza d'onda, o dalla frequenza, dell'onda elettromagnetica che incide sulla retina dell'occhio. È una qualità primaria in quanto si tratta delle modalità di oscillazione di un mezzo, l'etere o il semplice campo elettromagnetico, e dunque siamo nel regime del movimento, anche se non di un oggetto materiale, ammesso che abbia senso un aggettivo del genere, ma di un campo, un'entità che popola il vuoto e figurabile



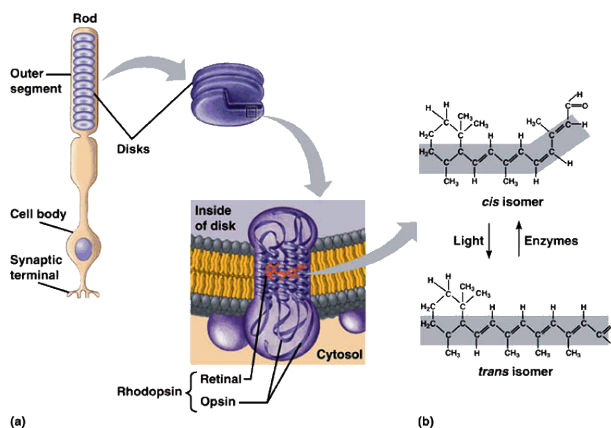
ancora nello spazio e nel tempo. Proprio ciò che Galilei definiva qualità primaria.

Anche la visione corpuscolare della luce, rivolutata dopo Newton con l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico ad opera di Einstein nel 1905, fornisce un'utile descrizione del colore in termini di qualità primarie. In queste teorie esso non sarebbe altro se non l'energia dei singoli fotoni. Notate che quando in fisica parliamo di energia discutiamo di movimento (energia cinetica) o di una configurazione spaziale (energia potenziale), o ancora della ampiezza di un campo classico, o della frequenza di una particella quantistica, cioè della rapidità di oscillazione della funzione d'onda associata. Insomma, siamo in pieno regime di qualità primarie. Ora la percezione del colore, ovvero la qualità secondaria, a che livello si collocherebbe? Quand'è che possiamo parlare della rossità del rosso, che in filosofia si identifica nella categoria dei qualia? In effetti dire che certe lunghezze d'onda di un campo elettromagnetico o certi fotoni eccitano la retina non vuol dire parlare di quella sensazione che è appunto il rosso. Cosa impedisce all'apparato auditivo di percepire una certa lunghezza d'onda sonora come colore rosso? Pertanto è chiaro che l'idea secondo cui il colore sia identificabile solo con una lunghezza d'onda ha senso fino a un certo punto, essendo invece più legato alle modalità di interazione tra l'oggetto osservato e il sensore dell'osservatore, l'occhio, e tra questo e il cervello. E' allora la rossità del rosso collocabile nella retina? Già Young ipotizzò che alla base della percezione del colore ci fossero nell'occhio tre tipi di recettori corrispondenti ai tre colori fondamentali, il rosso, il verde e il violetto. Se questi recettori si stimolano simultaneamente, a seconda del differente grado di eccitazione essi forniscono la sensazione cromatica nel suo complesso, fornendoci l'enorme gamma di colori che vengono percepiti dalla nostra specie. Il colore giallo ad esempio viene creato eccitando prevalentemente i recettori del rosso e del verde. Come si vede, la percezione del colore va al di là della mera lunghezza d'onda. Prova ne è il fatto che con l'orecchio siamo in grado di distinguere le singole frequenze che compongono un suono, ma osservando il giallo non siamo in grado di percepire separatamente il verde e il rosso, ovvero le lunghezze d'onda corrispondenti a valori

attorno a 500nm e 600nm, rispettivamente.

Furono tuttavia gli esperimenti di Ragnar Granit, premio Nobel nel 1967, a confermare l'esistenza di tre diversi tipi di cellule retinali, dette coni, aventi la sensibilità per i tre colori fondamentali. Capire il colore vuol dire allora comprendere il funzionamento di queste cellule. Ancora una volta rientriamo nel filone di Galilei, di spiegare il meccanismo della visione mediante configurazioni spaziali di atomi e movimento di cariche. Il meccanismo è davvero complesso e lo svilupperemo qui in modo molto generale.

I coni e i bastoncelli sono le cellule retiniche adibite ad assorbire l'impulso luminoso. Le cellule della visione sono allungate e strutturate in quattro scompartimenti allineati, contenenti i fotorecettori, i mitocondri, il nucleo e un area sinaptica che si connette al nervo ottico (Fig. 2). Coni e bastoncelli sono molto simili, sebbene



**Figura 2:** Rappresentazione schematica di un bastoncello, in alto a sinistra, della struttura della rodopsina, al centro, e della molecola di retinene nelle due configurazioni.

gli scomparti abbiano dimensioni differenti. Il pigmento contenuto nei fotorecettori è costituito principalmente da una proteina, la rodopsina, ed è composto da centinaia di dischi sottili disposti in pila. La rodopsina contiene una molecola, il retinene, un derivato della vitamina A piegata in modo tale da adattarsi a una nicchia formata nella rodopsina, come mostrato in Fig. 2. Quando il retinene assorbe la luce cambia forma, un processo che viene chiamato isomerizzazione. Questa isomerizzazione non avverrebbe se la luce non avesse l'energia sufficiente per essere assorbita, e questo accade solo se la sua energia è uguale alla differenza tra i livelli energetici discreti della molecola accessibili agli elettroni di cui è formata,

seguendo la nota legge di Bohr

$$h\nu = E_{S_1} - E_{S_0} \quad (1)$$

adattata ai livelli fondamentale,  $S_0$  ed eccitato  $S_1$  della molecola.

In sostanza giungiamo alla conclusione che l'informazione della lunghezza d'onda della luce viene tradotta, dal processo di assorbimento, in una configurazione geometrica molecolare e dunque ancora posizione degli atomi nello spazio. La rossità del rosso risiede nella configurazione geometrica della molecola di retinene? È ovvio che difficilmente potremmo attribuire la sensazione del rosso ad una configurazione molecolare, eppure in questo è stato trasformato il segnale luminoso.

Vediamo allora cosa accade a seguito dell'assorbimento. A seguito del cambiamento della configurazione inizia una catena fotochimica di eventi a cascata, in un tempo di soli 25 microsecondi e che porta ad una variazione di potenziale elettrico dei bastoncelli. Fu nel 1938 che Sellig Hecht scoprì che un bastoncello umano può essere eccitato addirittura da un singolo fotone innescando quel processo di amplificazione del segnale che riprenderemo tra breve quando parleremo delle questioni inerenti al problema della misura in fisica quantistica. Il segnale del quanto di luce viene così amplificato in circa 2 millesimi di secondo. A quel punto il segnale si propaga al nervo ottico e verso il cervello. In conclusione il rosso è l'impulso del neurone? A ben vedere la stessa tipologia di impulso viene generata nel processo dell'udito. Come possiamo allora distinguere che la causa dell'impulso è la luce e non il suono? Perché vediamo i colori e non li sentiamo? O perché non vediamo i suoni? Se tutto alla fine viene trasdotto in un segnale elettrico possiamo dire di aver compreso cosa sia il colore se esso non si distingue più da un suono? Appare chiaro che usando concetti fisici siamo giunti a estendere il dominio delle qualità primarie dal campo elettromagnetico alle connessioni neurali, ma è anche vero che saremmo giunti alla stessa conclusione con altri colori o addirittura con altri stimoli, tatto, gusto o udito. Siamo giunti a impulsi fisici indifferenziati, movimenti di cariche elettriche che popolano il cervello. In effetti è come se l'occhio fosse al buio, perché non vede

così come non vedono le macchine fotografiche, mentre il cervello, che è in effetti nelle tenebre, vede la luce. Allora la percezione di un colore e non di un altro o la percezione del colore e non del suono dovrà necessariamente avvenire in zone particolari del cervello e non in altre. Quindi dovremmo giungere alla conclusione che il colore è nei fatti una qualità primaria, ovvero la configurazione geometrica o elettrica di neuroni eccitati e collocati in una regione particolare del cervello. È davvero così?

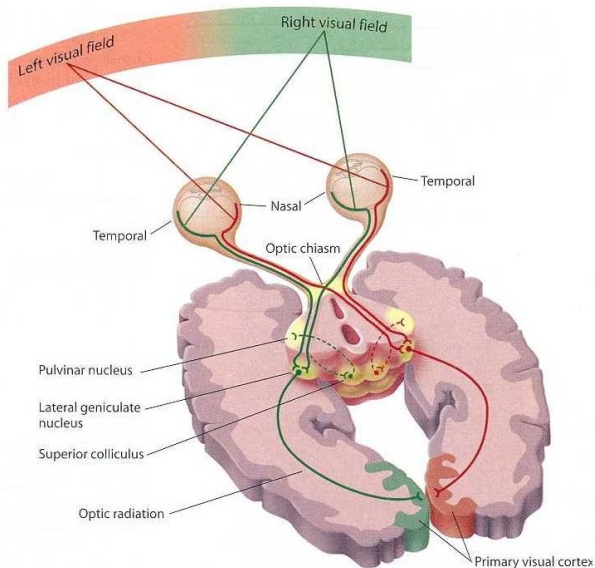
## Dove risiede la rossità del rosso?

Negli ultimi anni i neuroscienziati hanno fatto molti progressi nella comprensione delle strutture complesse che regolano l'attività delle cellule nervose e del cervello. Nonostante ciò molti scienziati e filosofi credono ancora che spiegare la mente, e in particolare la coscienza, attraverso scariche elettrochimiche che avvengono tra neuroni sia una provocazione.

Gli studi condotti negli ultimi decenni sull'attività neuronale degli animali, in particolare macachi, studi che restano nella tradizione galileiana sebbene all'inizio non poche resistenze furono mostrate all'uso della metodologia sperimentale sul problema mente-corpo, hanno stabilito che le informazioni visive che partono dagli occhi risalgono attraverso stadi successivi di un sistema neuronale di elaborazione dati molto complesso. In realtà questo aspetto era già noto fin dai tempi di Cartesio, il quale già si poneva la questione del percepire [6]. Cartesio espose l'idea secondo cui gli occhi inviano segnali, anzi immagini vere e proprie, al cervello mediante fibre che a un certo punto svaniscono in una ghiandola se osservate ad occhio nudo. Cartesio credeva che la mente, una entità immateriale capace di sentire e capire, risiedesse proprio in una zona specifica che individuò nella ghiandola pineale, sede materiale dell'anima immateriale.

Oggi le neuroscienze hanno dimostrato come l'informazione dell'immagine retinica, colore, forma, movimento, sia spaccettata in gruppi che vengono distribuiti in varie zone del cervello che elaborano le singole informazioni topologiche, cinematiche e cromatiche. Cosa sappiamo oggi di questi collegamenti? È importante capire che la retina di ciascun occhio è in realtà suddivi-





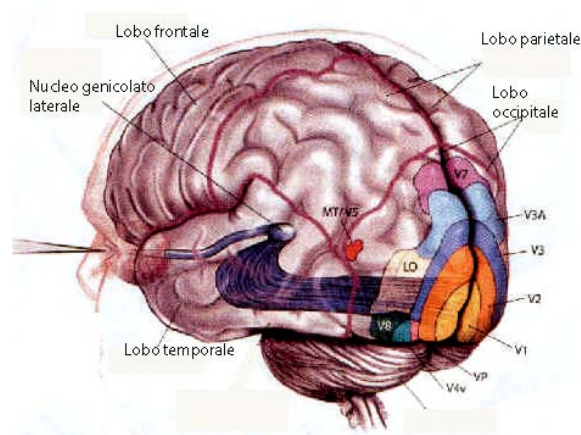
**Figura 3:** Schema semplificato dell'apparato visivo.

sa in due zone, una vicino al naso chiamata retina nasale e l'altra all'estremo opposto chiamata retina temporale (Fig. 3). Prendiamo l'occhio destro: dalla sua retina nasale destra si diparte un insieme di fibre nervose che procede verso la parte sinistra del cervello, mentre dalla retina temporale destra partono delle fibre che vanno verso l'emisfero destro del cervello. Queste ultime si congiungono con le fibre provenienti dalla retina nasale dell'occhio sinistro terminando in un piccolo nucleo chiamato nucleo genicolato destro. Lo stesso ovviamente accade nell'emisfero sinistro con il cosiddetto nucleo genicolato sinistro. I singoli neuroni dei nuclei possono essere attivati dagli stimoli visivi di un occhio o dell'altro ma non da entrambi. Questi nuclei hanno un volume di qualche millimetro cubo e sono formati da sei sottili strati di cellule neurali che vengono di solito indicate con la successione 1,2, .....6. Ecco allora la complicazione: le fibre nervose della retina temporale provenienti dall'occhio destro si collegano agli strati 2, 3 e 5 del nucleo genicolato destro. Negli strati 1, 4 e 6 arrivano invece le fibre della retina nasale dell'occhio sinistro. E' importante sottolineare che ogni punto della retina è mappato in un punto di questi strati, sicché si ha una sorta di mappa topografica dei vari punti della retina ma spaccettata e distribuita nei vari strati dei nuclei genicolati. Ma il viaggio dell'informazione non termina qui. Infatti ciascun nucleo genicolato è collegato, anche in questo caso, punto-punto, a un'area posteriore del cer-

vello chiamata area visiva, una per ciascun lobo del cervello. Quest'area visiva è chiamata V1. Qui si forma una mappa topografica dei segnali provenienti dai nuclei.

Si potrebbe credere allora che Cartesio avesse solo sbagliato nell'identificare la sede della percezione visiva nella ghiandola pineale, che sembrerebbe essere invece in V1, ma per il resto l'intuizione era corretta. Negli ultimi quindici anni tuttavia le neuroscienze ci hanno fornito una spiegazione della percezione in cui la sede non sarebbe un luogo specifico del cervello. Infatti l'area V1 è collegata ad altre aree della corteccia chiamate V2, V3, V4, V5 e V6. Questi sono gruppi di neuroni che ricevono stimoli a partire dall'area V1 in modo alquanto intricato. Ad esempio V1 è connesso con tutte le aree a cui invia segnali tranne che con V6 che è direttamente collegata con V2.

Ciò che abbiamo appreso è che la mappa topografica di V1, fedele rappresentazione elettrochimica e conforme della mappa ottica retinale, anche se non dobbiamo credere che si formi una sorta di immagine elettrica e spazialmente fedele di ciò che osserviamo, viene ulteriormente spaccettata e inviata mediante flusso elettrico a queste diverse aree. In particolare si è compreso che l'area V5 è adibita alla ricostruzione del movimento delle cose, l'area V3 alle forme, la V6 alla percezione dello spazio, e infine la V4 al colore (Fig. 4). La domanda sorge allora spontanea: se ci troviamo dinanzi ad una frammentazione della informazione o meglio ad una sua distribuzione, dove ha sede la percezione di una mela



**Figura 4:** Localizzazione esterna delle aree visive del cervello, situate posteriormente.

rossa che cade? Se il rosso della mela è codificato da V4, la sua forma da V3, la sua caduta nello spazio dal ramo al suolo da V5 e V6, dove ha sede la ricostruzione di tutto questo? Ebbene la conclusione che si trae mediante tecniche di imaging diagnostico è che non vi è alcuna sede cartesiana particolare del cervello per la percezione: essa non è una registrazione passiva degli eventi esterni che ha sede in un punto specifico del cervello. La percezione è piuttosto la costruzione attiva di un flusso di segnali con cui le diverse aree interagiscono.

Un'osservazione sorprendente è che in questi percorsi visivi molti neuroni sia in V1 sia a livelli più alti della gerarchia di elaborazione rispondono con la loro caratteristica selettività agli stimoli visivi persino in animali completamente anestetizzati. Ovviamente un animale non è cosciente di tutta questa attività neuronale. Solo una minima frazione di neuroni sembra essere un plausibile candidato per quello che i fisiologi chiamano correlato neuronale della percezione cosciente, cioè rispondere in maniera tale da rispecchiare la percezione. Il piccolo numero di neuroni il cui comportamento riflette la percezione è distribuito lungo l'intero percorso visivo e non è parte di una singola area del cervello. Le scoperte fatte rivelano chiaramente che la consapevolezza visiva non può essere pensata come il prodotto finale di una successione di stadi di elaborazione. L'informazione visiva è più che altro un insieme di flussi stabili di informazione.

Stati diversi di stabilità possono corrispondere a stati differenti di coscienza visiva. È dunque questa la coscienza? Se è vero che la spiegazione della coscienza in termini di correlato neurale, ovvero una spiegazione puramente materialistica della percezione, è una naturale conseguenza del programma di Galileo che sfocia nell'estensione delle qualità primarie e dei metodi scientifici a tutto il mondo percettivo, è anche vero che qualcosa francamente sfugge. La sensazione che abbiamo del colore rosso non è coincidente ma solo associabile a schemi di flussi di corrente. Se percepiamo un colore e non un suono è perché pur essendo il rosso ed il Do trasdotti in correnti tra neuroni sono gli schemi di flusso che cambiano. Il punto, tra i tanti, non ancora chiaro è come mai attribuiamo significati diversi a queste percezioni simili ma agenti su, e tra, zone

diverse e delocalizzate del cervello. La strada è ancora lunga ma è palese che manca un ponte tra correlato neurale e significato della percezione. Ma non è nemmeno detto che possa essere risolto dalla scienza in quanto probabilmente non è una domanda ad essa pertinente. Nei fatti quando si studia la gravitazione noi associamo alla caduta dei gravi e al moto planetario enti matematici che possono andare dalle forze a distanza di Isaac Newton alla curvatura geometrica non-euclidea dello spaziotempo di Einstein. Dire che la massa genera le forze o la curvatura in realtà non vuol dire spiegare il fenomeno della gravità ma associare ai corpi visibili concetti ed entità mentali (massa, forze, spaziotempo) e delle regole matematiche ad esse correlate. La coscienza, qualunque cosa sia, non potrà mai essere spiegata in senso scientifico se non associando ad essa entità che seguono determinate regole (i potenziali d'azione e i flussi di carica dei correlati neuronali).

## L'enigma della percezione classica del mondo

Se da un lato la visione galileiana ci ha spinti a descrivere la coscienza e la percezione come uno schema di flusso di neuroni attivi nel cervello (tutto è fatto di qualità primarie) con non pochi problemi ed enigmi ancora irrisolti, la nascita della meccanica quantistica ci pone dinanzi al problema che le qualità primarie della realtà potrebbero essere determinate proprio dall'osservatore, un problema definito come il paradosso della misura dello stato quantico. Oggi, contrariamente a ciò che accadeva anche solo un ventennio fa, siamo in grado di manipolare singoli oggetti quantistici, dai singoli atomi ai singoli fotoni.

Siamo anche in grado di realizzare stati quantici ben definiti da sovrapposizione di stati semplici, per poterli studiare. Un sistema quantistico, come un elettrone, che può trovarsi in due stati possibili può vivere per certi tempi in una sovrapposizione simultanea, una condizione non riscontrabile nel mondo classico delle cose percepite. Ad esempio un elettrone può avere uno stato di rotazione intrinseca, lo spin, che se misurato lungo un asse può assumere solo due possi-

bili valori, su  $|\uparrow\rangle$  e giù  $|\downarrow\rangle$ , come a dire rotazione oraria e antioraria. Tuttavia, prima della misura o dell'atto osservativo, esso si troverà in una sovrapposizione quantistica, ovvero in una combinazione lineare dei due stati classici, che può essere descritto seguendo la notazione di Dirac

$$|S(t)\rangle = a(t)|\uparrow\rangle + b(t)|\downarrow\rangle \quad (2)$$

Qui  $a$  e  $b$  sono numeri complessi, in generale dipendenti dal tempo, il cui modulo quadro rappresenta la probabilità di trovare il sistema nello stato  $|\uparrow\rangle$  o  $|\downarrow\rangle$ .

Questo stato  $|S\rangle$  evolve temporalmente seguendo una legge deterministica che altro non è se non la ben nota equazione di Schrödinger

$$i\hbar \frac{d}{dt}|S(t)\rangle = H|S(t)\rangle \quad (3)$$

dove  $H$  è l'Hamiltoniana del sistema, ovvero un modo per descrivere la sua configurazione energetica.

Sebbene il sistema evolva temporalmente in uno spazio degli stati più ricco di quello delle fasi classico, e che non presuppone necessariamente una evoluzione nello spazio fisico, tale evoluzione è ancora deterministica, nel senso che ad una causa succede un effetto. Questo tipo di evoluzione è descritto da una trasformazione unitaria dello stato quantistico, ovvero lo stato  $|S(0)\rangle$  iniziale evolve verso uno stato  $|S(t)\rangle$  fornito dall'applicazione dell'operatore di evoluzione temporale  $U(t, 0)$  allo stato iniziale

$$|S(t)\rangle = U(t, 0)|S(0)\rangle \quad (4)$$

che nello spazio degli stati è una sorta di rototraslazione di un vettore complesso iniziale.

L'aspetto importante è che per la meccanica quantistica il sistema si trova realmente in uno stato indeterminato di sovrapposizione, uno stato che non trova paragoni nel mondo classico di ciò che percepiamo e che spesso siamo costretti a descrivere con frasi del tipo il sistema è come se ruotasse simultaneamente in senso orario e antiorario. Tuttavia il formalismo quantistico prevede che quando avviene una misura dello stato quantico il sistema collassi istantaneamente in uno dei due stati, ad esempio  $|\uparrow\rangle$ , con una certa probabilità data per questo stato dal modulo quadro dell'ampiezza corrispondente, in questo

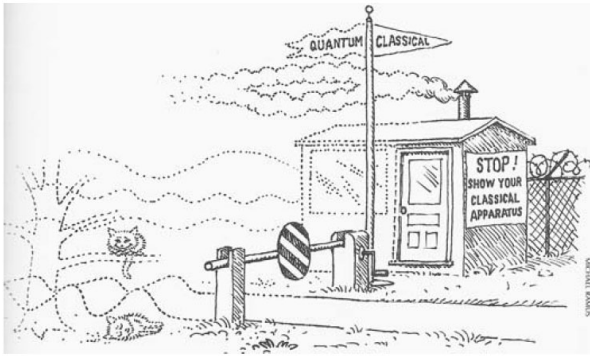
caso  $|a(t)|^2$ . Questo atto osservativo è descritto dall'operatore proiettore  $R$  per cui abbiamo che il collasso è descritto in questo modo:

$$R|S(t)\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle \quad (5)$$

con probabilità  $|a(t)|^2$  per quell'istante. Questo collasso avviene con una certa probabilità intrinseca, per cui non possiamo prevedere con certezza cosa accadrà a seguito della misura. La teoria non dice nulla circa le cause di questo collasso e nei fatti la teoria quantistica si fonda su due schemi del tutto diversi descritti dai due operatori  $U$  ed  $R$ : un operatore che stabilisce la continuità e il determinismo,  $U$ , e uno che stabilisce la discontinuità, il maledetto salto quantico come ebbe a dire Schrödinger, e l'indeterminazione, il caso al posto della legge,  $R$ .

Il succo è che finché non avviene l'osservazione dello stato, l'oggetto quantistico permane nello stato non classico di sovrapposizione. Cosa determina il collasso della funzione d'onda, ovvero lo stabilirsi di una realtà classica all'atto della misura? E cosa c'entra questo col processo di visione? Si potrebbe sostenere che questo problema non ci tocchi in quanto occhio e cervello sono nei fatti oggetti classici e non quantistici. Ma è un falso problema per due ragioni, il primo banale e il secondo meno. La prima ragione è che se tutto è un aggregato di atomi, occhio e cervello inclusi, e gli atomi sono oggetti quantistici, allora occorre comprendere perché percepiamo una realtà classica visto che l'intera realtà non lo è. La seconda ragione è che abbiamo detto che un singolo fotone, che è nei fatti un oggetto quantistico, può essere rilevato dalla retina, per cui il passaggio dal quantistico al classico, almeno nel caso della visione, va spiegato proprio dall'occhio al cervello fino alla percezione. Quindi i problemi sono davvero complessi.

Vi è un livello dove il mondo quantistico cede il passo a quello classico? E dove si colloca questo livello? Alla scala atomica? Al livello delle proteine? Del cervello? O al livello meno materiale della percezione (Fig. 5)? Nel corso dello sviluppo della fisica quantistica vi è stata una interpretazione che ha decretato la vittoria della impostazione di fisici come Bohr nella interpretazione della realtà: l'interpretazione di Copenhagen.



Drawing by Michael Ramus, 1991.  
© American Institute of Physics

**Figura 5:** Rappresentazione del confine tra mondo classico e quantistico. Dove collocare il confine? Esiste un confine?

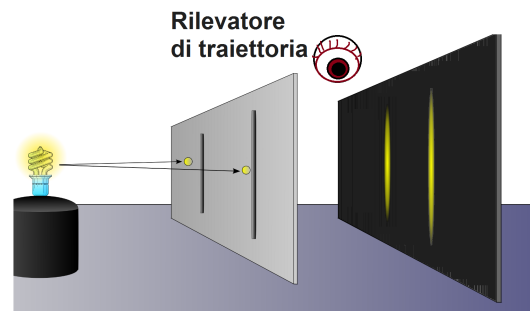
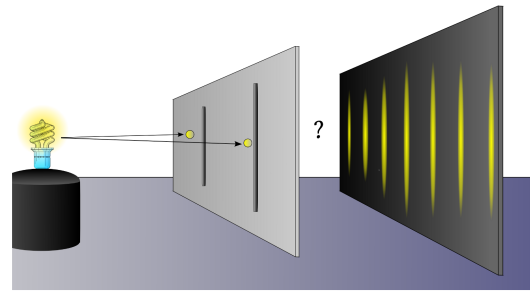
## Chi fa collassare l'osservatore?

Nella interpretazione di Copenaghen dovuta a Bohr e Heisenberg, si separa l'oggetto osservato, trattato quantisticamente, e l'apparato di misura, trattato in termini classici (Fig.5). È l'aspetto classico dell'apparato di misura, la sua macroscopicità, a determinare la natura fisica reale dell'oggetto quantistico osservato, cioè il collasso della funzione d'onda da uno stato di sovrapposizione ad uno stato classico e misurabile. Questa interpretazione ha però dei problemi perché non stabilisce come debba essere l'apparato di misura per essere considerato classico e non quantistico.

Sono le dimensioni a determinare la classicità dell'apparato? Nessuna risposta dall'interpretazione di Copenaghen. La faccenda diviene ancora più complessa nel momento in cui il sistema quantistico è il fotone e l'apparato, il sensorium. Nel processo di visione il fotone può essere catturato da una molecola di retinene con una certa probabilità. Da un punto di vista classico il fotone può essere assorbito portando la molecola nello stato eccitato e con configurazione *trans*-, stato che indicheremo con  $|trans, 0\rangle$ , in cui 0 rappresenta l'assenza di un fotone ormai assorbito, ma può anche non essere assorbito, lasciandola in configurazione *cis*- con un fotone non assorbito, indicato con lo stato  $|cis, 1\rangle$ . Pertanto, per un certo tempo il sistema si troverà in una sovrapposizione quantistica data da

$$S(t)\rangle = a(t)|cis, 1\rangle + b(t)|trans, 0\rangle \quad (6)$$

Come possiamo vedere, il fotone e lo stato del-



**Figura 6:** In alto: se non disponiamo un apparato che risponda alla domanda quale delle due fenditure ha attraversato il fotone? sullo schermo appariranno delle frange di interferenza e si svelerà la natura ondulatoria della luce. In basso: se disponiamo di un rivelatore di traiettoria e cerchiamo di rispondere al quesito precedente la figura di interferenza sparisce e al suo posto si osserveranno solo due strisce luminose corrispondenti alle due fenditure. Avremo svelato la natura corpuscolare della luce. Tuttavia i due apparati sono complementari e non è possibile svelare entrambe le proprietà (dualismo onda-corpuscolo).

la molecola sono *entangled*, ovvero lo stato non è fattorizzabile. Alla configurazione *trans*- tuttavia corrisponde uno stato in cui l'intera cellula visiva, *entangled* con la molecola di retinene, svilupperà un potenziale di membrana mentre a quella *cis*- no. Questo finché lo stesso cervello e lo stato percettivo dell'osservatore si troveranno in una sovrapposizione di stati tra l'aver percepito il colore e no. Se tutto è fatto di atomi e particelle e se la fisica di questi oggetti è quella quantistica ecco che quando osserviamo un dipinto dovremmo sentirci in una sovrapposizione quantistica di stati mentali causati dallo stato di sovrapposizione del fotone assorbito e no. In effetti questa catena, chiamata catena di Wigner, porterebbe al



seguinte stato mentale sovrapposto

$$\begin{aligned} |S(t)\rangle = & \\ & a(t) | \text{no percezione, V1 disattivo, cis, 1} \rangle \\ + & b(t) | \text{percezione, V1 attivo, trans, 0} \rangle \end{aligned}$$

Eppure non c'è esperienza più netta del fatto che ci troviamo costantemente in uno stato mentale univocamente determinato. È probabile che questo stato di sovrapposizione avvenga in tempi molto piccoli per poi lasciare il passo ad uno stato classico, ma in tal caso cosa determina il collasso dello stato di sovrapposizione se è l'osservatore stesso in sovrapposizione?

Questo è il ben noto caso del gatto di Schrödinger in cui un sistema quantistico a due stati è messo in relazione, *entangled*, con un sistema macroscopico vivente e potenzialmente dotato di coscienza: il gatto, o, meglio, la sua coscienza. Pertanto o la coscienza è in sovrapposizione e va spiegato come mai noi percepiamo le cose in modo univoco, oppure la coscienza si comporta come gli apparati di misura di Bohr costringendo la realtà a collassare in uno stato classico. In tal caso gli stessi stati mentali, qualità secondarie, potrebbero determinare la realtà delle qualità primarie più che essere il prodotto classico di qualità primarie come vorrebbe la fisica classica. Il rapporto tra qualità primarie e secondarie sarebbe completamente ribaltato in quanto la percezione determinerebbe la realtà classica e non il contrario. Se alcuni di voi stanno aggrottando le sopracciglia siete in buona compagnia, ma questi sono i paradossi della fisica moderna connessi al concetto di percezione e ai fondamenti epistemologici della fisica. Ma le sorprese non finiscono qui.

## Le qualità primarie non sono reali finché non le si osserva

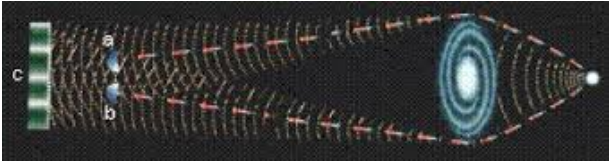
Secondo l'interpretazione di Copenaghen se usiamo apparati di misura tali da mostrare proprietà ondulatorie di un sistema allora tale sistema rivelerà il suo aspetto ondulatorio, così come se decidiamo di usare apparati di misura di proprietà corpuscolari della particella quantistica in esame si osserveranno caratteristiche corpuscolari. Questo principio va sotto il nome

di principio di complementarità. Tuttavia, non possiamo adoperare lo stesso apparato per far emergere sia la natura corpuscolare sia quella ondulatoria.

Un esempio è il principio di indeterminazione di Heisenberg in cui non possiamo approntare un singolo apparato di misura che ci dia il valore della posizione e della velocità di una particella quantistica. Ma torniamo al dualismo onda-corpuscolo. Nel caso dell'esperimento a due fenditure di Young realizzato però, grazie alle attuali tecnologie, con singole particelle come fotoni, la faccenda diventa chiara, anche se paradossale. Se inviamo i singoli fotoni verso due fenditure e non ci chiediamo attraverso quale fenditura il fotone sia passato, cioè abbiamo una indeterminazione sulla informazione della traiettoria, osserveremo, via via che i fotoni si accumuleranno nell'apparato di misura, una immagine di interferenza sullo schermo. Se invece cerchiamo di determinare da quale fenditura il fotone sia passato disponendo ad esempio un rivelatore immediatamente dietro una delle due fenditure, ci poniamo quindi domande che hanno a che vedere con una proprietà dei corpuscoli come la traiettoria, la figura di interferenza tipica delle onde non si formerà. Ora questo aspetto non turba più di tanto, ma quando si impostano esperimenti cosiddetti a scelta ritardata emerge la problematica del tutto quantistica.

Questi esperimenti furono per la prima volta pensati dal celebre fisico John Archibald Wheeler [7]. Supponiamo una sorgente come una quasar disposta a un miliardo di anni luce da noi e che tra essa e noi vi sia interposta una galassia massiccia mentre noi siamo comodamente seduti nel nostro laboratorio sulla Terra. Stando alla teoria della relatività generale di Einstein la massa della galassia incurverà lo spaziotempo attorno ad essa, deviando un eventuale raggio di luce, effetto noto come lente gravitazionale (Fig. 7).

L'immagine della quasar risulterà pertanto divisa in due o più copie. Non dimentichiamo inoltre che se una quasar dista un miliardo di anni luce da noi, vedremo col nostro apparato fotoni partiti ben un miliardo di anni fa. La quasar potrebbe essersi nei fatti disintegrata milioni di anni fa per quel che ne sappiamo, sicché staremmo guardando un evento del passato. Ora supponiamo che un fotone abbia abbandonato



**Figura 7:** Schematizzazione dell'esperimento a scelta ritardata di Wheeler su scala cosmica. La Quasar emette un fotone che può scegliere entrambe le vie fornite dal lensing gravitazionale. Tuttavia sarà l'apparato scelto milioni di anni dopo a determinare quale dei due cammini, se non entrambi, il fotone avrà percorso, a seconda se si voglia indagare la natura corpuscolare oppure ondulatoria del fotone.

la quasar un miliardo di anni fa, quando ancora sulla Terra non esisteva nulla di così complesso come noi da porsi domande del tipo: cosa misurerò sul mio apparato? Il fotone avrebbe potuto scegliere una delle due possibili vie mostrate in figura. Stando alla fisica quantistica esso le prenderà simultaneamente entrambe se non vogliamo misurarne la traiettoria e una sola se vogliamo individuare da dove è passato. Nel primo caso giunto sulla Terra si comporterà seguendo le regole dell'interferenza ondulatoria, nel secondo le regole di particelle dotate di traiettorie singole e classiche, sparirebbe l'interferenza. Possiamo scegliere se vedere interferenza o no dipendentemente se disponiamo o meno di un rivelatore di traiettoria. Questa scelta però sarà fatta milioni di anni dopo che il fotone abbandona la quasar, per lo meno bisognerà attendere la nascita della specie umana, della scienza, della fisica quantistica e della fabbricazione di quegli apparati di misura. Quando il fotone ha abbandonato la quasar ed è giunto nei pressi della galassia, nulla di tutto ciò c'era ancora sul nostro pianeta. Se pertanto la natura del fotone, onda o particella, è stabilita all'atto della misura quale natura avrà se, ancora in viaggio, dovrà impiegare milioni di anni prima di giungere al nostro apparato? Se partiti un miliardo di anni fa noi non esistevamo e la vita era probabilmente ancora in forma unicellulare? Forse l'osservazione futura determina lo stato passato del fotone? Volendo escludere una ipotesi così peregrina, sebbene occorrerebbe rifletterci più di quanto si creda, emerge nei fatti che la realtà del fotone è stabilita solo quando noi scegliamo l'apparato di misura da utilizzare, prima della scelta la sua realtà oggettiva, qualità

primaria, è indeterminata, nei fatti non esistente.

Come vediamo, gli esperimenti a scelta ritardata ci pongono un quesito non da poco: le qualità primarie come la traiettoria non sono più reali ma assumono criterio di realtà solo quando decidiamo di impostare un esperimento tale da chiederci da dove è passata la particella? Prima di allora non possiamo dare uno status di realtà ad alcune proprietà fisiche, come posizione e velocità, che davamo per scontate. Ci sono proprietà primarie che resistono alla erosione della fisica quantistica? Diremmo senza esitare che almeno gli a-priori kantiani come lo spazio e il tempo devono essere reali. Certo non assoluti come intendevano Newton e Kant, ma per lo meno reali, qualità primarie a tutti gli effetti. Eppure la fisica quantistica mette in crisi anche questo.

## Lo spazio e il tempo nella fisica quantistica

Questo aspetto sconcertante è ben espresso nell'ambito di misure di particelle *entangled*. Supponiamo che una sorgente di particelle emetta coppie correlate. Ad esempio immaginiamo un atomo di spin 0 che si disintegra in due particelle di spin 1 e -1, di modo che la somma sia sempre zero per la conservazione del momento angolare. Poiché lo stato  $| -1, 1 \rangle$  e  $| 1, -1 \rangle$  sono altrettanto probabili, il sistema delle due particelle evolverà come un tutt'uno, *entanglement*, ma in sovrapposizione quantistica

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1, -1\rangle + |-1, 1\rangle] \quad (7)$$

Ora supponiamo che le particelle viaggino per milioni di anni luce e giungano su due galassie molto distanti in cui vi sono due osservatori A e B. L'osservatore A decide di osservare la sua particella e dispone il rivelatore in modo da misurare la particella nello stato -1. Se il contatore scatta, indicandoci un segnale, ad esempio H, allora la particella si trova in quello stato, altrimenti si troverà nello stato +1, e il contatore indicherà un altro stato, ad esempio V. Supponiamo che esso scatti H. Cosa misurerà l'osservatore B? Se scatta lo stato  $|S\rangle$  del sistema collasserà nello stato che contiene lo stato  $|-1\rangle$  della particella misurata da A. Questo stato non è altro che  $|-1\rangle$ ,





**Figura 8:** Un laser (1) emette una coppia di fotoni (2), schematizzati con le due onde elettromagnetiche azzurra e gialla, che si trovano in stato *entangled*. Essi incidono su un rivelatore di stato (ad esempio la polarizzazione) (3) connesso con un contatore (4). Esperimenti di questo tipo mostrano che i fotoni scambiano informazione sul proprio stato all'istante, indipendentemente dalle distanze coinvolte. Sebbene la relatività non venga violata in quanto l'analisi delle coincidenze può essere realizzata solo mediante un canale classico, vincolato al limite della velocità della luce, la concezione classica dello spazio viene ovviamente alterata.

1>. Ne deriva che B misurerà la particella a lui corrispondente in 1, e indicherò V (Fig. 8).

La cosa interessante è che questo effetto avviene all'istante, si tratta del collasso della funzione d'onda, e indipendentemente dalla distanza. È inoltre molto curioso che dal punto di vista relativistico questo evento simultaneo dia origine ad un paradosso: chi è la causa del collasso di B nello stato 1? Diremmo che la causa è A, che ha fatto collassare il suo sistema, aleatoriamente, nello stato -1. Eppure possiamo metterci in un sistema di riferimento, stando alla relatività ristretta, in cui è B a venire temporalmente prima per cui la causa è ciò che consideravamo l'effetto. Tutto ciò che è classico, distanza, tempo e causalità salterebbero con i sistemi *entangled* la cui descrizione non è spaziotemporale. L'interpretazione di Copenaghen, portata alle estreme conseguenze, conduce perciò alla conseguenza che la realtà, o parte di essa, è una mera creazione della scelta osservativa e che anche lo stesso concetto di spazio, tempo e causalità potrebbero essere mere ricostruzioni del cervello in una realtà profondamente quantistica nella quale essi

non sono reali.

## Quale realtà ?

Dopo questo percorso tra fisica classica, neuroscienze, fisica quantistica, filosofia ed epistemologia possiamo tirare qualche conseguenza circa la natura della realtà e della percezione? Abbiamo visto come la fisica classica, nel programma impostato da Galileo, abbia stabilito che non tutto ciò che osserviamo è reale. I colori, la striscia luminosa che si vede sul mare al tramonto, gli stessi suoni sono in realtà un parto del nostro cervello. Ma qualcosa resta. La forma delle cose, la loro traiettoria, lo spazio e il tempo. Eppure le neuroscienze ci hanno mostrato come tutte queste informazioni, proprio come il colore, sono decodificate in aree diverse del cervello, per cui ciò che è l'oggetto della fisica risulta essere quello che il cervello filtra. Certo, l'ipotesi implicita è che ciò che percepiamo sia una ricostruzione alquanto fedele della realtà fuori da noi, ma nei fatti questa ipotesi ha per lo meno dovuto essere modificata.

Inoltre, l'applicazione di teorie fisiche al funzionamento del cervello e della coscienza ci spinge verso direzioni in cui ciò che percepiamo e l'atto percettivo stesso trovano la loro essenza in configurazioni più o meno stabili di neuroni e flussi di carica elettrica. Dove inizia allora il libero arbitrio? Mi appare alquanto ovvio che impostando il problema in questo modo non solo le qualità secondarie nei fatti spariscono, essendo tutto spiegabile in termini di particelle, ma il libero arbitrio non potrebbe esistere, con buona pace di chi crede nella responsabilità individuale. Se non siamo d'accordo con questa conclusione allora stiamo sostenendo che la coscienza è qualcosa d'altro.

Questa impostazione oggettiva della natura, quello che va sotto il nome di realismo, ha subito una battuta d'arresto con la fisica quantistica, gli esperimenti a scelta ritardata, realmente realizzati con interferometri di Mach Zender [8], e quelli di *entanglement*. Stando a questi esperimenti e alla interpretazione di Copenaghen la realtà, o meglio quell'elenco di qualità primarie della realtà, non ha una sua esistenza indipendente dall'osservatore. La percezione potrebbe giocare un ruolo cruciale. Addirittura lo stesso Wheeler,

in un atto abbastanza coraggioso, sostenne l'idea che lo stesso universo potrebbe essere venuto all'esistenza con una specie di atto osservativo retroattivo di osservatori futuri.

Quando la fisica prende vie troppo poco ortodosse si giunge anche a questo, ma in fondo chi può dire quanto poco debba essere strana la realtà? Infine abbiamo visto come la stessa natura dello spazio e del tempo, se vogliamo salvare il concetto secondo cui nessun segnale può viaggiare più velocemente della luce, sono messe in crisi da esperimenti di *entanglement*. Insomma non solo la realtà verrebbe in parte costruita nel sensorium, ma addirittura ciò che il sensorium percepisce non è la realtà fondamentale delle cose su cui si è eretta la fisica classica.

Ne deriva che, alla luce di questo studio che ha visto incontrarsi epistemologia, fisica e neuroscienze la domanda che cosa sia la realtà è una questione che forse andrebbe formulata in questo modo: quale teoria stiamo adoperando qui e ora per descrivere le nostre percezioni? Riusciremo per questa via a giustificare i significati che attribuiamo alle cose? Può il senso estetico, il bello, lo sgomento che si prova osservando un cielo sconfinato e silenzioso essere spiegabili come flussi di corrente tra parti di cervello? E che ruolo ha l'evoluzione, di cui siamo figli, nella struttura cerebrale e percettiva di Homo Sapiens da cui le stesse teorie scientifiche emergono?

La scienza, pur partendo da una descrizione di ciò che osserviamo demolisce la realtà fornitaci dai sensi, arricchendola di entità non osservabili direttamente, dai quark allo spazio-tempo, dall'energia oscura alle forze a distanza di Newton, dai campi elettromagnetici ai fotoni. Una realtà di qualità primarie che però è continuamente messa in discussione proprio perché queste entità sono solo temporanee e frutto di un contesto storico e culturale, e a quanto pare anche biologico.

Quando osserverete un dipinto o un tramonto, o ammirerete l'equazione definitiva della fisica, pensate a tutto questo.



- [1] G. GALILEI: *Il Saggiatore* (1623). Feltrinelli, Milano (2001).
- [2] J. LOCKE: *Saggio sull'intelletto umano* (1689). Bompiani, Milano (2007).
- [3] G. GALILEI: *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632). Rizzoli, Milano (2008).
- [4] P. REDONDI: *Galileo eretico*. Laterza, Bari (2009).
- [5] M. GUIDUCCI: *Discorso delle comete* (1619). Anteonore, Roma (2002).
- [6] C. SANTINELLI: *Mente e corpo. Studi su Cartesio e Spinoza*. Quattroventi, Urbino (2000).
- [7] J.D. BARROW, P. C. W. DAVIS, C. L. HARPEM: *Science and ultimate reality: Quantum theory, Cosmology and Complexity*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2004).
- [8] J. VINCENT, ET AL.: "Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment", *Science* **315** (2007) 966-968.



**Marco Mazzeo:** Marco Mazzeo è ricercatore in Fisica sperimentale presso il Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" dell'Università del Salento. Si occupa di nanofotonica e sviluppo di dispositivi molecolari che vanno dalla generazione di luce incoerente (OLED) allo sviluppo di nuove strutture per la generazione di luce coerente per inversione di popolazione (Laser) o da condensati di Bose Einstein a temperatura ambiente (Laser polaritonici). Appassionato di divulgazione scientifica, di storia della scienza e delle religioni.

---

# La legatura dell'Evangelario Marciano Lat III,111: storia di un felice connubio fra arte e scienza

**Armida Sodo**

*Dipartimento di Scienze, Università degli studi di Roma III*

---

**L**a spettroscopia Raman, ormai da diversi anni, è impiegata ampiamente e con successo nel campo dei Beni Culturali per la caratterizzazione di oggetti di interesse storico-artistico e per lo studio dei processi di degradazione. In questo articolo, vengono riportate le misure effettuate sulla legatura del codice Lat III,111, appartenente alla Biblioteca Marciana di Venezia. La legatura, in stile bizantino e datata XIII secolo è in argento placcato d'oro ed è decorata con pietre preziose e semi-preziose e con smalti cloisonné. Tramite spettroscopia Raman è stato possibile individuare i pigmenti impiegati per realizzare gli smalti, caratterizzare i prodotti di corrosione dei vari metalli ed identificare le numerose pietre preziose utilizzate nella realizzazione di questa opera. Le misure di spettroscopia Raman hanno pertanto contribuito in maniera significativa al-

la conoscenza dell'oggetto e hanno fornito importanti informazioni per il restauro dell'opera.

## Arte e Scienza

Fin dall'antichità gli uomini hanno sempre creato, costruito o realizzato oggetti che fossero in primo luogo funzionali per le loro necessità e in secondo luogo che esprimessero il concetto di arte e di bello nelle sue varie e complesse accezioni.

I Beni Culturali rappresentano, quindi, non solo la memoria storica del nostro passato essendo l'espressione artistica, culturale, sociale e tecnologica dei secoli e delle civiltà che ci hanno preceduto, ma esprimono anche la mentalità e le ideologie del nostro mondo contemporaneo.

Col passare dei secoli, poi, sono cambiate non solo le motivazioni che portano alla realizzazione di Beni Culturali ma anche, e soprattutto, le metodologie di realizzazione ed i materiali impiegati. Lo studio integrato degli oggetti d'arte, dai più antichi fino alle opere contemporanee, contribuisce perciò in maniera significativa non solo alla conoscenza dell'oggetto, già di per sé

importante, ma fornisce informazioni fondamentali per inserire questi oggetti in un contesto più ampio.

Già da diversi anni, il lavoro dello storico dell'arte e quello del restauratore vengono sostenuti da quello dello scienziato. Vaste aree della scienza come la chimica, la fisica e la biologia possono, infatti, contribuire in maniera significativa ad una più approfondita conoscenza dell'opera d'arte da un punto di vista dei materiali costitutivi, della tecnica di esecuzione e dello stato di conservazione [1, 2, 3, 4, 5].

Inoltre, la completa connotazione delle opere d'arte può indirizzare il restauratore alla scelta del più appropriato trattamento conservativo o di restauro. Nel tempo, infatti, fattori intrinseci agli oggetti stessi e all'ambiente esterno contribuiscono al deterioramento dei materiali che porta al danneggiamento e in alcuni casi alla distruzione del Bene Culturale. Per effettuare adeguati trattamenti conservativi e di restauro sono necessarie informazioni riguardanti sia la storia (quando, dove e da chi è stato realizzato l'oggetto d'arte) che i metodi e i materiali di fabbricazione [6, 7, 8].

Lo studio dei Beni Culturali attraverso l'impiego di tecniche analitiche di indagine fornisce, inoltre, un fondamentale contributo in campo forense [9, 10], per la soppressione di frodi ormai sempre più frequenti nel campo degli oggetti d'arte ed in generale per l'autenticazione di un'opera d'arte [11].

Il contributo della scienza al campo dei Beni Culturali non si esaurisce con lo studio dei singoli oggetti d'arte, ma investiga anche i processi di degradazione dei vari materiali, simulando invecchiamenti su provini appositamente preparati ed esplorando nuovi materiali che possono essere impiegati nel restauro [12, 13].

## La Spettroscopia Raman applicata ai Beni Culturali

Fra le moltissime tecniche di indagine impiegate nello studio degli oggetti di interesse storico-artistico, la spettroscopia Raman, per le sue caratteristiche di sensibilità, risoluzione spaziale, velocità di analisi e assoluta non distruttività riveste un ruolo fondamentale [14, 15, 16, 17, 18]

come testimonia il grande successo della conferenza biennale internazionale *Raman in Art And Archaeology* che a settembre 2015 arriverà alla sua ottava edizione [19].

Infatti, per poter essere impiegata nel campo dei Beni Culturali, in particolare per poter effettuare misure direttamente sugli oggetti d'arte, una tecnica analitica deve essere non distruttiva o al massimo micro-distruttiva, per evitare, quanto più possibile, eventuali danni agli oggetti d'arte. Inoltre, deve avere un'alta sensibilità per rilevare materiali o sostanze presenti anche in piccolissime quantità ed infine deve presentare un'elevata risoluzione spaziale, poichè gli oggetti d'arte sono sistemi estremamente complessi che presentano una enorme disomogeneità. A questi primi tre requisiti se ne aggiunge poi un quarto, cioè la possibilità di effettuare misure direttamente in situ, dove l'oggetto d'arte è conservato o collocato. Infatti, dal momento che non tutte le opere documentali o storico-artistiche, a causa delle loro dimensioni o del loro alto valore intrinseco, possono essere trasportate in laboratorio per effettuare le analisi necessarie per la loro connotazione e salvaguardia, diventa indispensabile impiegare una strumentazione portatile che, avendo le stesse prestazioni degli strumenti da laboratorio, possa raggiungere gli oggetti d'arte direttamente nel luogo dove questi sono collocati.

La spettroscopia Raman presenta tutti i vantaggi sopra elencati; non necessitando di alcuna preparazione del campione è una tecnica assolutamente non invasiva (a patto che si presti attenzione alla potenza dei laser impiegati che, in alcuni casi, se non opportunamente filtrati, potrebbero causare fotodegradazione). Inoltre, è una tecnica estremamente veloce: tipicamente infatti uno spettro Raman si raccoglie in tempi dell'ordine dei minuti. Grazie all'impiego di laser di alta qualità e di ottiche da microscopio è possibile ottenere risoluzioni spaziali inferiori al micron.

Nell'ambito dei Beni Culturali, la spettroscopia Raman è generalmente utilizzata sia per la semplice analisi chimica (ad esempio il riconoscimento di pigmenti o di prodotti di degrado), sia per trovare risposte a problemi di conservazione, studiare meccanismi di invecchiamento, identificare tecnologie di produzione o trat-



tamenti superficiali e determinare il grado di deterioramento o di corrosione delle superfici esposte.

In generale, quindi, la spettroscopia Raman può fornire informazioni sulla composizione molecolare, sul tipo di legami chimici presenti e sulla fase cristallina in cui si presenta il campione. Una analisi quantitativa delle concentrazioni delle diverse componenti del campione è estremamente difficile, quindi generalmente la spettroscopia Raman viene utilizzata unicamente per ottenere informazioni semi-quantitative [20]. Per le sue caratteristiche, dunque, la spettroscopia Raman nasce per lo studio della materia condensata. Negli ultimi anni, c'è stato un notevole incremento dei campi di applicazione, in particolare in ambiti di carattere fortemente applicativo, quali la farmaceutica, studi forensi, analisi ambientali e caratterizzazione e monitoraggio dei beni culturali [21, 22, 23].

Ma cos'è la spettroscopia Raman?

La prima osservazione sperimentale dell'effetto Raman risale alla fine degli anni venti del XX secolo, quando il fisico indiano Sir Chandrasekhara Venkata Raman, osservando la diffusione della luce da parte di un volume d'acqua, (in particolare, un raggio di sole opportunamente focalizzato e filtrato) notò accanto alla componente dovuta alla diffusione elastica, la presenza di un debole segnale a frequenza diversa da quella incidente [24]. Questa scoperta, e la sua brillante interpretazione, valse al fisico indiano il premio Nobel nel 1930 (ed il titolo di Sir).

Il fenomeno può essere così descritto: quando la materia viene irraggiata con luce monocromatica, la cui frequenza viene scelta in modo da non essere assorbita dal campione stesso, una sua parte viene diffusa dalle molecole in direzioni diverse da quella del raggio incidente. Da un'analisi spettroscopica risulta che la maggior parte della radiazione diffusa mantiene la stessa frequenza della sorgente. Tale fenomeno costituisce la diffusione Rayleigh o elastica, la cui intensità è proporzionale alla quarta potenza della pulsazione. Se si impiegasse della luce bianca si avrebbe quindi diffusa più fortemente la parte blu dello spettro rispetto a quella rossa. Questo spiega, ad esempio, il colore blu del cielo. La scoperta di Raman consistè nell'osservare che lo spettro della luce diffusa conteneva, oltre alla



Figura 1: Sir Chandrasekhara Venkata Raman

componente elastica, anche una serie di righe, note da allora come spettro Raman, aventi frequenze non contenute nel fascio incidente. Lo spostamento in frequenza di queste righe è indipendente dalla frequenza di eccitazione ed è caratteristico del campione in esame. L'importanza di studiare tale effetto, concretizzata solo grazie all'avvento di sorgenti ad elevata brillantezza (principalmente laser), risiede essenzialmente nel fatto che ogni specie chimica ha un suo caratteristico spettro Raman che può essere usato per la sua identificazione. Tale tipo di spettroscopia infatti è in grado di rivelare la presenza di specie molecolari senza perturbarne l'equilibrio chimico. Inoltre poichè l'intensità della riga è legata alla concentrazione della specie chimica, è possibile svolgere un'analisi semi-quantitativa oltre che qualitativa. Dall'analisi delle forme di riga è possibile risalire anche ai moti molecolari che avvengono all'interno di un campione, permettendo così una comprensione più approfondita di tali fenomeni. Da un punto di vista teorico, una spiegazione esaustiva dell'effetto Raman è abbastanza complessa e necessariamente coinvol-

ge concetti fondamentali della meccanica quantistica. L'origine dello spettro Raman può essere spiegata anche all'interno di una teoria classica elementare. Sebbene questo modello non sia completamente adeguato, esso consente però di comprendere, per esempio, quale sia il ruolo giocato della polarizzabilità molecolare in questo tipo di spettroscopia [25].

Ovviamente, come tutte le tecniche analitiche, anche la spettroscopia Raman presenta alcune difficoltà. Esistono, infatti, alcuni materiali che non sono Raman attivi (come per esempio i metalli puri e tutti i composti che hanno un reticolo cubico a facce centrate) e che perciò non forniscono alcun segnale analizzabile. In particolare, poi, diventa difficilissimo se non impossibile ottenere spettri Raman quando l'intenso segnale elastico non viene adeguatamente soppresso e a causa dell'effetto competitivo del fenomeno di fluorescenza. Entrambi gli effetti coprono il debole segnale Raman: il primo, sempre presente, viene superato con opportuni filtri nell'apparato sperimentale mentre il secondo, che dipende dalla natura del campione in funzione della radiazione incidente, può essere risolto o minimizzato solo variando la frequenza della luce incidente.

## Caso di studio: la coperta dell'evangelario Marciano (Lat III,111)

Uno dei casi di studio più interessanti che mostrano le diverse potenzialità della Spettroscopia Raman applicata ai Beni Culturali è senz'altro quello sulla legatura del codice Lat III,111 [26, 27] appartenente alla Biblioteca Marciana di Venezia.

Nel 2011, la Biblioteca Marciana di Venezia commissiona ad uno studio privato (Studio P. Crisostomi, Roma) il restauro di due legature di evangelari decorate con smalti e appartenenti alla biblioteca dall'inizio del novecento. Le due legature, entrambe di stile bizantino, sono datate rispettivamente XIII e XV secolo e presentano interessanti interrogativi sulla loro datazione ufficiale e sulla loro realizzazione. In occasione del restauro, vengono affidate a differenti gruppi di ricerca misure di caratterizzazione tramite spettroscopia Raman, fluorescenza di raggi X,



Figura 2: Biblioteca Marciana di Venezia

assorbimento infrarosso ed indagini mineralogiche al fine di fornire informazioni sull'epoca di realizzazione, sul tipo di materiali impiegati e sul loro stato di conservazione.

In questo articolo vengono riportati e discussi i risultati delle indagini Raman sulla legatura più antica, quella del codice Lat III,111.

La coperta di questo codice è costituita da due tavole di legno rivestite da argento placcato d'oro e decorate con pietre preziose e semi-preziose e con smalti cloisonné. Sia la parte frontale che il retro sono divisi in riquadri, in cui spiccano, al centro, l'immagine di Cristo (fronte) e della Madonna (retro). Entrambi sono circondati da dieci riquadri rappresentanti Santi (Fig. 3). La legatura è stata realizzata originariamente nel XIII secolo e sottoposta ad un primo intervento di restauro nel XIV secolo, quando i quattro riquadri smaltati posti agli angoli del retro della coperta sono stati sostituiti con nuovi pannelli decorati con smalti basse-taille (evidenziati dai riquadri rossi in Fig. 3). Questi riquadri sono stati realizzati in maniera completamente differente rispetto all'originale e mostrano diverse lacune.

Scopo delle misure Raman è stato quello di

- individuare la composizione chimica degli smalti delle formelle del XIII secolo e delle quattro sostituite nel XIV, per evidenziare le eventuali differenze;
- caratterizzare i prodotti di corrosione dei vari metalli
- identificare le numerose pietre preziose utilizzate nella realizzazione di questa opera.





**Figura 3:** Legatura del codice Lat III,111 appartenente alla Biblioteca Marciana di Venezia. A destra il piatto anteriore e a sinistra quello posteriore. Nei riquadri rossi sono evidenziate le quattro formelle sostituite nel XIV secolo.

Le misure Raman descritte in questo articolo sono state effettuate tramite un micro spettrometro Raman della Horiba Jobin-Yvon, equipaggiato con una sorgente laser He-Ne ( $\lambda=632.8$  nm, potenza 20 mW) e con due reticoli di diffrazione con 600 r/mm e 1800 r/mm, che permettono una risoluzione spettrale di circa  $9\text{ cm}^{-1}$  e  $3\text{ cm}^{-1}$ , rispettivamente. La radiazione laser è stata focalizzata sul campione tramite obiettivi da microscopio a lunga distanza focale e la diffusione è stata raccolta in *retrodiffusione*. Un filtro olografico (filtro notch) posto lungo il cammino ottico della radiazione diffusa permette di eliminare efficacemente l'intensa componente Rayleigh e mandare sul reticolo solo le componenti Raman. Gli obiettivi utilizzati hanno ingrandimenti che vanno da 4x, per raccogliere da porzioni della superficie del campione relativamente grandi (quasi un millimetro quadro), a 100x, per una analisi ad alta risoluzione spaziale su superfici dell'ordine del micron quadro. La presenza di una telecamera digitale a colori permette di visualizzare,

sullo schermo del computer, l'esatto punto di misura. La radiazione diffusa incide quindi sul reticolo di diffrazione che disperde la radiazione alle diverse frequenze, in modo da illuminare una porzione il più possibile ampia della superficie di un rivelatore CCD (raffreddato a  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$  per ridurre il rumore termico). Il segnale raccolto dalla CCD viene infine inviato ad un computer per la registrazione e la visualizzazione.

Nel raccogliere gli spettri sulla coperta dell'Evangelario Lat.III,111 le condizioni sperimentali sono state di volta in volta ottimizzate tenendo conto delle dimensioni, della morfologia e della natura della zona di interesse.

### Individuazione della composizione chimica degli smalti

Lo smalto è una sostanza vitrea costituita sostanzialmente da silice ( $\text{SiO}_2$ ), alla quale sono stati mescolati degli ossidi o sali, detti fondenti ( $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ ,  $\text{NaCl}$ , etc.) e degli stabilizzanti (generalmente  $\text{CaO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{MgO}$ , etc.). Mentre i fondenti

servono ad abbassare la temperatura di fusione della silice, gli stabilizzanti servono invece a ridurre l'attacco chimico da parte dell'acqua. La provenienza della silice determina la presenza di impurezze, che possono conferire una lieve colorazione al vetro (la presenza di ioni di ferro ad esempio determina la tipica colorazione verde dei vetri spessi), che altrimenti sarebbero trasparenti e incolori. Si trovano spesso, nelle paste vitree, degli ossidi di piombo che nel corso dei secoli sono stati utilizzati con finalità diverse (come stabilizzanti, fondenti, o per aumentare la trasparenza, la brillantezza e la resistenza) [28].

Nello spettro Raman di qualsiasi vetro (e dunque degli smalti) troveremo quindi le bande caratteristiche della silice a circa  $500\text{ cm}^{-1}$  e  $1000\text{ cm}^{-1}$  (stretching Si - O - Si simmetrico e asimmetrico, rispettivamente). Si tratta di due bande piuttosto larghe e strutturate e di intensità relativa molto variabile da campione a campione, tanto che alcuni autori hanno suggerito una correlazione tra il grado di polimerizzazione della silice e il rapporto tra le intensità delle due bande [29].

Fin dall'antichità si conoscevano quattro diversi metodi per colorare i vetri [28] utilizzati per realizzare vetrate o smalti, ovvero:

- dispersione di ioni di metalli di transizione ( $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{2+}$  etc.) nella silice fusa;
- precipitazione di cristalli di piccole dimensioni durante il raffreddamento questa tecnica è generalmente impiegata per opacizzare lo smalto;
- dispersione di un pigmento nella matrice vetrosa;
- dispersione nella matrice vetrosa di polveri metalliche, ad esempio di oro, argento o rame.

Nel primo caso, la spettroscopia Raman non fornirà alcuna informazione aggiuntiva oltre le bande della silice, nel secondo e terzo caso sarà possibile rilevare la presenza delle bande dei cristalli o del pigmento che sono stati dispersi nella matrice; mentre nell'ultimo caso, la presenza di nano particelle metalliche potrà indurre delle variazioni nelle bande della silice, spesso non facilmente rilevabili [30].

## Smalti del XIII secolo

Gli smalti originali che decorano la coperta dell'Evangelario sono stati realizzati con la tecnica detta cloisonné (o lustro di Bisanzio). Questa è una tecnica di smaltatura in cui dei fili metallici estremamente sottili vengono fissati sul supporto metallico di base, delimitando così il contorno di celle (dette anche cloison, da cui il nome) in cui viene poi colato lo smalto. L'effetto è simile a quello di un mosaico, in cui le varie tessere hanno forme e colori differenti [31]. Di seguito, riportiamo i risultati ottenuti sui vari colori di smalto.

### *Smalti bianchi*

La colorazione bianca viene ottenuta di solito per diffusione della luce da parte di particelle di ossidi di metallo (opacizzanti), come la cassiterite (il composto più usato anticamente), il rutilo, lo zirconio etc., disperse nella pasta vitrea [32].

Gli spettri Raman, acquisiti sia sul piatto anteriore che su quello posteriore dalle aree di colorazione bianca, sono tutti caratterizzati da due righe molto strette e intense, rispettivamente a  $478$  e  $632\text{ cm}^{-1}$ , che si presentano sempre con lo stesso rapporto di intensità. La presenza della riga a  $478\text{ cm}^{-1}$  è particolarmente interessante, in quanto ci permette di escludere che siano stati utilizzati per questo manufatto gli opacizzanti più diffusi nell'antichità e in particolare la cassiterite ( $\text{SnO}_2$ ), che pur avendo una riga Raman caratteristica  $632\text{ cm}^{-1}$ , non presenta la riga a  $478\text{ cm}^{-1}$ .

La letteratura sui vetri colorati registra però l'uso di composti dell'antimonio, gradualmente sostituiti da quelli di stagno, quali la cassiterite, nell'arco di tempo che va dal II al IV secolo d. C. [33]. Tra questi, l'antimoniato di calcio ( $\text{Ca}_2\text{Sb}_2\text{O}_7$ ) ha un caratteristico spettro Raman con due righe strette a  $478$  e  $632\text{ cm}^{-1}$  [34]. Possiamo dunque concludere che gli smalti bianchi sono stati ottenuti con antimoniato di calcio, sperimentando quindi una tecnica antica, ma non comunemente utilizzata per gli smalti.

### *Smalti gialli*

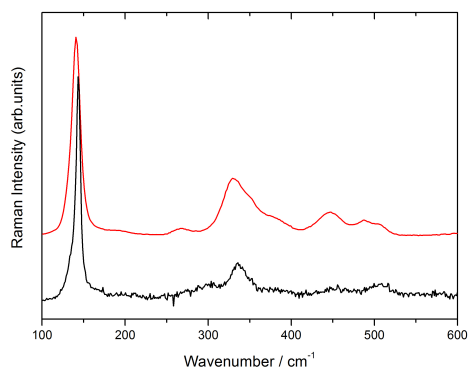
Gli smalti gialli sono presenti sia sul fronte che sul retro dell'Evangelario, in particolare sulle copertine dei libri dei Santi e come decorazione



## XFR - X Ray Fluorescence

Il termine fluorescenza si riferisce a quei fenomeni nei quali, all'assorbimento di una certa radiazione e.m., corrisponde l'emissione di altra radiazione di energia diversa (in genere inferiore). In particolare, se un atomo è investito da raggi  $X$  sufficientemente energetici, anche gli elettroni dei suoi orbitali più interni possono essere espulsi per effetto fotoelettrico. La struttura atomica risultante è instabile: gli elettroni ancora collocati sugli orbitali superiori, ad esempio di energia  $E_i$ , iniziano a decadere sui livelli energetici rimasti lacunosi, aventi energia  $E_f$ . Il processo è accompagnato dall'emissione di fotoni, con frequenza di Bohr  $\nu = (E_i - E_f)/h$ , dove  $h$  è la costante di Planck. Lo spettro a righe della radiazione così emessa è tipico della specie atomica considerata e la loro osservazione permette di riconoscerla.

della veste del Cristo. Tutti i campioni analizzati mostrano lo spettro dell'antimoniato di piombo ( $Pb_2Sb_2O_7$ ) o giallo di Napoli (come mostrato in Fig.2). L'analisi XRF [35] conferma la presenza sia del piombo che dell'antimonio, a sostegno della nostra assegnazione. L'antimoniato di piombo, come quello di calcio, era usato per la colorazione dei vetri, prima di essere sostituito da composti di stagno [33], che possono essere utilizzati a temperature maggiori di  $1000^\circ C$ , probabilmente non raggiungibili in epoca antica, per ragioni tecniche.



**Figura 4:** *Confronto fra lo spettro Raman del Giallo Napoli standard (fonte: <http://www.chem.ucl.ac.uk/resources/raman/>) in rosso e lo spettro Raman ottenuto dallo smalto giallo che decora la veste del Cristo (tratto nero).*

### *Smalti rossi*

Sono stati analizzati diversi punti di rosso, sia sul fronte che sul retro dell'Evangelario, e tutti hanno restituito lo spettro della silice, senza nessuna riga o banda aggiuntiva. Dal momento che

gli smalti rossi si possono ottenere disperdendo nella matrice vetrosa dell'ematite, oppure composti con ferro ridotto o nanoparticelle di rame, possiamo escludere che siano stati usati l'ematite e altri composti di ferro, che presentano un caratteristico e intenso spettro Raman. Per quanto riguarda le nanoparticelle di rame, in passato Colombari e Schreiber [36] ne hanno evidenziato la presenza studiando le deformazioni delle bande della silice: si tratta di un'analisi molto delicata, che nel nostro caso non avrebbe dato risultati solidi, visto che le indagini XRF [35] hanno evidenziato la presenza di un'alta concentrazione di piombo, anch'esso responsabile di deformazioni delle bande caratteristiche della silice [26].

### *Smalti verdi e blu*

Tutti gli smalti verdi e blu analizzati sono dominati da un'intensa fluorescenza, che ha oscurato l'eventuale presenza di spettri caratteristici dei composti utilizzati per ottenere questi colori.

## Smalti del XIV secolo

Nel corso del XIV secolo, la legatura dell'Evangelario ha subito probabilmente un restauro in cui le quattro formelle poste agli angoli del piatto posteriore sono state sostituite con quattro formelle realizzate con una tecnica completamente diversa, detta basse-taille, rispetto a quella originale. Il basse-taille è una tecnica di smaltatura in cui l'artista crea un disegno a basso rilievo incidendo una superficie metallica (generalmente oro o argento). Sul metallo inciso, viene poi applicato uno smalto traslucido in modo tale che la luce

possa essere riflessa dalla superficie metallica e creare così un interessante effetto artistico [37].

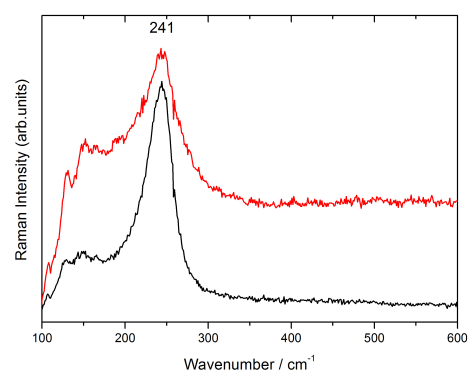
Ad un primo esame visivo, le quattro formelle del XIV secolo si presentano estremamente danneggiate e lacunose. Le uniche colorazioni rimaste sono quelle rosse, verdi e blu e, pertanto, la nostra indagine si è soffermata unicamente su questi tre colori. Il problema principale sorto durante le misure è stato causato dal fatto che gli smalti presenti sono molto trasparenti ma soprattutto estremamente sottili. Queste caratteristiche hanno determinato il fatto che, ogniqualvolta provavamo ad acquisire uno spettro Raman dallo smalto, raccoglievamo invece sempre (e spesso solo) il segnale che proviene dal fondo metallico (una banda intensa a  $241\text{ cm}^{-1}$  che analizzeremo in dettaglio nel paragrafo relativo ai metalli), anche utilizzando l'obiettivo con un ingrandimento a 100x e lavorando in condizioni di massima confocalità. Nell'apparato sperimentale da noi impiegato, infatti, la radiazione Raman diffusa dal campione passa attraverso un diaframma confocale che permette di ridurre la profondità di campo, rendendo possibile una buona risoluzione spaziale anche lungo l'asse ottico. Stringendo al minimo il diaframma confocale (10 m) ed usando l'obiettivo con la più alta magnificazione (100x), è possibile ottenere una risoluzione spaziale laterale di circa  $1\text{ }\mu\text{m}$  e di profondità di campo di circa  $2\text{ }\mu\text{m}$ . Nonostante queste elevate prestazioni, la trasparenza e sottigliezza degli smalti non hanno permesso di ottenere informazioni Raman utili per l'identificazione dell'elemento colorante nel caso degli smalti blu e rossi. Negli smalti verdi, invece, è stato possibile raccogliere spettri Raman che presentavano una stretta banda a  $925\text{ cm}^{-1}$ .

La colorazione verde in genere è dovuta alla presenza di particelle di rame, alle quali la nostra tecnica non è sensibile, come già discusso, o a quella di microcristalli di spinello ( $\text{MgAl}_2\text{O}_4$ ), urovite garnet (detto anche Victoria green, un silicato di Ca e Cr), corindone ( $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ), o altri pigmenti a base di cromo, come la Cr-wollastonite, e infine di giallo di Napoli [32], ma nessuno di questi pigmenti presenta una banda Raman a  $925\text{ cm}^{-1}$ . Questa potrebbe essere attribuita alla presenza di silicati, come ad esempio un silicato di Mg e Al ( $\text{Mg}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_4)_3$ ). Pertanto l'assegnazione in questo caso rimane dubbia, anche in

considerazione della presenza di rame rilevata dalle indagini XRF [35].

## Caratterizzazione dei prodotti di corrosione dei metalli

Le formelle del XIV secolo presentano delle lacune dovute al distacco degli smalti, quindi è stato possibile analizzare la regione di alloggiamento del cloisonné. Gli spettri raccolti dalla zona di distacco e in una regione ancora coperta dallo smalto sono stati confrontati per evidenziare i diversi processi di corrosione e vengono riportati in Fig. 5.



**Figura 5:** Confronto fra lo spettro Raman ottenuto dalla superficie metallica coperta dallo smalto tasse-taille (in nero) e lo spettro ottenuto dalla superficie di alloggiamento dello smalto dove questo si è distaccato.

Lo spettro nella regione protetta dallo smalto presenta un'intensa banda a  $241\text{ cm}^{-1}$ , attribuibile a prodotti di corrosione dell'argento [39, 39]. In particolare, in letteratura ci si riferisce a questa banda assegnandola al cloruro di argento ( $\text{AgCl}$ ) [38, 40, 41]. Nel nostro caso, questa ipotesi potrebbe essere giustificata dal momento che il cloruro d'argento potrebbe essersi formato per reazione tra il supporto d'argento e i sali di cloro utilizzati come fondenti nello smalto. D'altra parte, per la diffusione Raman (primo ordine) è proibita per problemi di simmetria in  $\text{AgCl}$ . Il segnale osservato, pertanto, potrebbe essere dovuto ad un processo di secondo ordine [41] oppure alla presenza di impurezze/difetti nel cristallo che, anche a basse concentrazioni, possono distruggere la simmetria del reticolo facendo sì che sia permesso anche il primo ordine Raman. Lo spettro raccolto nella zona del distacco pre-

senta una banda nella stessa regione spettrale, ma molto più larga: l'allargamento è attribuibile alla presenza di solfuri di argento  $\text{Ag}_2\text{S}$  [33] e di polisolfuri [39] che potrebbero essersi formati per corrosione successiva al distacco e legata alle condizioni ambientali e in particolare al clima lagunare. È stato, infine, raccolto anche lo spettro Raman dal fondo dorato delle formelle, che presentano un'evidente variazione cromatica, al fine di comprenderne l'origine. Al microscopio, questa zona mostra la presenza di zone iridescenti azzurre e rossicce. Sono stati utilizzati diversi obiettivi nella raccolta dello spettro Raman, nel tentativo di mettere in evidenza differenze tra il segnale proveniente dalle zone a diversa colorazione. Contrariamente a ogni aspettativa, lo spettro Raman è identico in ogni zona campionata, indipendentemente dalla risoluzione spaziale utilizzata e presenta bande caratteristiche dei solfuri e polisolfuri di argento. La presenza di composti tipici della corrosione dell'argento su una lamina d'oro può essere attribuita all'uso di un oro non particolarmente puro o alla diffusione nel tempo di argento dal fondo metallico verso la superficie e al successivo attacco da parte degli agenti atmosferici.

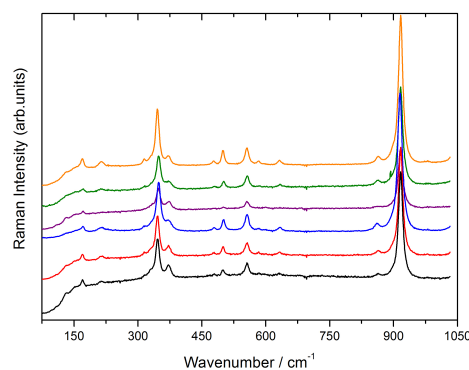
## Identificazione delle pietre preziose

L'analisi gemmologica condotta prima delle misure Raman aveva evidenziato la presenza di tre diverse tipologie di pietre presenti nell'Evangelario. In particolare, sono stati rilevati vetri, granati e alcune pietre, uguali fra loro, difficilmente riconoscibili mediante una prima analisi gemmologica [42]. Scopo delle misure Raman è stato, pertanto, quello di confermare l'analisi gemmologica, studiare la provenienza dei granati e fornire informazioni per il riconoscimento delle pietre incognite.

L'analisi Raman ha confermato che molte pietre presenti sulla coperta dell'evangelario sono comunissimi vetri colorati, caratterizzati dalle ben note bande di stretching simmetrico e asimmetrico della silice. Ovviamente, non possiamo sapere se la presenza di vetri colorati al posto di più preziose gemme sia stata la scelta iniziale o se eventuali pietre preziose, originariamente presenti, siano state sostituite in periodi successivi. Sulla superficie di molte delle pietre analizzate,

inoltre, è stata riscontrata la presenza di carbonio amorfo (bande a  $1325$  e  $1580\text{ cm}^{-1}$ ), probabilmente dovuto a depositi o residui di fumo di candele.

Sono stati successivamente investigati i granati, in particolare sei granati posizionati sul piatto anteriore con lo scopo di avere informazioni sulla loro provenienza. In Fig. 4 vengono riportati gli spettri dei sei granati. I diversi granati mostrano piccoli spostamenti (pochi  $\text{cm}^{-1}$ ) della banda centrata a circa  $915\text{ cm}^{-1}$ , assegnata ai modi di stretching Si - O e di quella a  $348\text{ cm}^{-1}$  (librazioni dell'unità  $\text{SiO}_4$ ).



**Figura 6:** Confronto fra lo spettro Raman ottenuto dai sei granati individuati tramite analisi gemmologica.

Studi precedenti [43] hanno con successo correlato queste piccole differenze a composizioni diverse dei granati. I granati, infatti, sono un gruppo di minerali formati da silicati, la cui formula generale è  $\text{X}_3\text{Y}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$  ( $\text{SiO}_4$ )<sub>3</sub> e possono essere classificati in due serie: le pirospiti (dove  $\text{Y} = \text{Al}$  and  $\text{X} = \text{Mg}, \text{Fe}^{2+}, \text{Mn}$ ) e le ugranditi ( $\text{X} = \text{Ca}$  and  $\text{Y} = \text{Cr}, \text{Al}, \text{Fe}^{3+}$ ). Ogni serie è composta da tre minerali: piroppo ( $\text{Mg}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ), almandino ( $\text{Fe}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ) e spessartina ( $\text{Mn}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ) per la prima serie; uvarovite ( $\text{Ca}_3\text{Cr}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ), grossularia ( $\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ) e andradite ( $\text{Ca}_3\text{Fe}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ) per la seconda. La conoscenza della composizione di un granato può contribuire a determinarne l'origine e la provenienza. Le composizioni dei sei granati, ottenute utilizzando il programma MIRAGEM realizzato da Bersani et al. [44] sono molto simili tra loro, ad eccezione di un unico granato che, diversamente dagli altri 5, ha una maggiore percentuale di almandino (circa 84%)



ed una minore quantità di piropo (circa 15%). Gli altri cinque granati analizzati, invece, sono costituiti da almandino per circa il 60-70% e di piropo per il 20-30%. Questa composizione potrebbe essere indicativa di una diversa provenienza di questo granato rispetto agli altri.

L'analisi Raman delle pietre non identificate dall'analisi gemmologica ha mostrato spettri differenti a seconda del punto di misura all'interno della stessa pietra. In alcune zone, abbiamo visto lo spettro della silice, e in altre una banda stretta centrata a  $969\text{ cm}^{-1}$  e assegnabile a un silicato di calcio ( $\text{CaSiO}_3$  pseudo-wollastonite). La presenza di zone amorfe e zone cristalline ha suggerito che le pietre incognite siano delle ossidiane fortemente degradate e parzialmente ricristallizzate.

## Conclusioni

La spettroscopia Raman si è rivelata un utile strumento per la caratterizzazione della legatura del dell'Evangelario Marciano Lat III,111, conservato presso la Biblioteca Marciana di Venezia. In particolare è stato possibile individuare alcuni dei pigmenti degli smalti cloisonné del XIII secolo e quello dello smalto verde basse-taille del XIV secolo. In particolare, l'impiego di pigmenti di tecniche più antiche rispetto alla realizzazione dell'opera, insieme con la particolare abilità dell'artista, lascia intuire che l'opera fosse stata commissionata da un ricco committente o da una importante comunità. Anche l'impiego di pietre semi-preziose conferma questa ipotesi. È stato, inoltre, possibile caratterizzare i prodotti di corrosione dei vari metalli impiegati nell'opera, evidenziando principalmente una degradazione dovuta alla presenza dell'argento. Il restauro della legatura e la descrizione di tutte le indagini scientifiche condotte per la completa caratterizzazione dell'opera sono state descritte nel volume monografico *Splendore Marciano. Il restauro della legatura già del codice LAT. III, 111 (=2116) della Biblioteca Nazionale Marciana di Venezia*

## Ringraziamenti

Le misure Raman descritte in questo articolo sono state condotte presso il Laboratorio *High Pres-*

*sure Spectroscopy Lab* del prof. Paolo Postorino, Università Sapienza di Roma. Questo lavoro è stato svolto in collaborazione con Paolo Postorino, Maria Antonietta Ricci, Sara Mangialardo, Mario Micheli e P. Crisostomi, ognuno coinvolto secondo le proprie specifiche competenze.



- [1] G. BITOSI, R. GIORGI, M. MAURO, B. SALVADORI AND L. DEI: "Spectroscopic Techniques in Cultural Heritage Conservation: A Survey", *Applied Spectroscopy Reviews* **40:3** (2005) 1.87 - 228
- [2] C. A. CRISPIM, C. C. GAYLARDE: "Cyanobacteria and historic building biodeterioration: a review", *Microbial Ecology* **49: 1** (2005) 1-9.
- [3] P. BAGLIONI, R. GIORGI: "Soft and hard nanomaterials for restoration and conservation of cultural heritage", *Soft Matter* **2** (2006) 293-303.
- [4] C. FOTAKIS, D. ANGLOS, V. ZAFIROPOULOS, S. GEORGIU, V. TORNARI: *Lasers in the Preservation of Cultural Heritage: Principles and Applications*. Taylor & Francis, Oxford, UK (2007).
- [5] G. ARTIOLI: *Scientific Methods and Cultural Heritage. An introduction to the application of materials science to archaeometry and conservation science*. Oxford University Press, Oxford, UK (2010).
- [6] M. V. QUATTRINI, M. IOELE, A. SODO, G. F. PRIORI, D. RADEGLIA: "A XVIIth century japanese painting: scientific investigation for identification of materials and techniques", *Studies in Conservation* **59, 5** (2014) 328-340.
- [7] A. PARADISI, A. SODO, D. ARTIOLI, A. BOTTI, D. CAVEZZALI, A. GIOVAGNOLI, C. POLIDORO, M. A. RICCI: "Domus Aurea, the Sala delle Maschere: chemical and spectroscopic investigations on the fresco paintings", *Archaeometry* **54, 6** (2012) 1060-1075.
- [8] M. BICCHIERI, M. NARDONE, G. PAPPALARDO, L. PAPPALARDO, F.P. ROMANO, P.A. RUSSO, A. SODO: "Raman and PIXE Analysis of Salerno Exultet", *Quinio* **2** (2000) 233-140.
- [9] P. R. DEFEST, R. E. GAENSSLEN, H. C. LEE: *Forensic Science - An Introduction to Criminalistics*. McGraw-Hill, New York, USA (1983).
- [10] K. PYE, D. CROFT: "Forensic geoscience: introduction and overview", *Geological Society, London, Special Publications* **232** (2004) 1-5.
- [11] S. LORUSSO, C. MATTEUCCI, A. NATALI, S. A. APICELLA, F. FIORILLO: "Diagnostic-analytical study of the painting *Gioconda with columns*", *Conservation Science in Cultural Heritage* **13** (2013) 75-102.
- [12] C. COLUZZA, M. BICCHIERI, M. MONTI, G. PIANTANIDA, A. SODO: "Atomic force microscopy application for degradation diagnostics in library heritage", *Surf. Interface Anal. (2008) Surface and Interface Analysis* **40,9** (2008) 1248-1253.

- [13] M. BICCHIERI, M. NARDONE, P.A. RUSSO, A. SODO, M. CORSI, G. CRISTOFORETTI, V. PALLESCHI, A. SALVETTI, E. TOGNONI: "Characterization of azurite and lazurite based pigments by laser induced breakdown spectroscopy and micro-Raman spectroscopy", *Spectrochimica Acta Part B* **56** (2011) 915-922.
- [14] H.G. M. EDWARDS, JOHN M. CHALMERS: *Raman Spectroscopy in Archaeology and Art History*. The Royal Society of Chemistry, London (2005).
- [15] AAVV: "Special Issue: Raman Spectroscopy in Art and Archaeology", *Journal of Raman spectroscopy* **43** (2012) 11.
- [16] AAVV: "Special Issue: Raman Spectroscopy in Art and Archaeology", *Journal of Raman spectroscopy* **41** (2010) 11.
- [17] AAVV: "Special Issue: Raman Spectroscopy in Art and Archaeology", *Journal of Raman spectroscopy* **39** (2008) 11.
- [18] AAVV: "Special Issue: Raman Spectroscopy in Art and Archaeology", *Journal of Raman spectroscopy* **37** (2006) 10.
- [19] <http://raa.chem.uni.wroc.pl/>
- [20] G. TURRELL, J. CORSET: *Raman microscopy: development and applications*. Academic Press, London (1996).
- [21] P. VANDENABEELE, H. G. M. EDWARDS, L. MOENS: "A Decade of Raman Spectroscopy in Art and Archaeology", *Chemical Reviews* **107**, **3** (2007) 675-686.
- [22] J. M. CHALMERS, H. G. EDWARDS, M. D. HARGREAVES: *Infrared and Raman Spectroscopy in Forensic Science*. John Wiley & Sons, New York (2012).
- [23] S. EKINS: *Pharmaceutical applications of Raman spectroscopy*. John Wiley & Sons, New York (2008).
- [24] C.V. RAMAN, K.S. KRISHNAN: "A New Type of Secondary Radiation", *Nature* **121** (1928) 50.
- [25] H.A. SZYMANSKI: *Raman Spectroscopy*. Plenum, New York (1970).
- [26] A. SODO, P. POSTORINO, M.A. RICCI: *Misure di spettroscopia Raman sulla legatura dell'Evangelario Marciano Lat. III: caratterizzazione di smalti, identificazione di pietre preziose e studio della corrosione dei metalli in Splendore Marciano. Il restauro della legatura già del codice LAT. III, 111 (2116) della Biblioteca Nazionale Marciana di Venezia, Nova Charta Editori, Venezia (2012).*
- [27] A. SODO, M. A. RICCI, S. MANGIARDO, P. POSTORINO, M. MICHELI, P. CRISOSTOMI: "Evolution of past enamel technology and metal conservation issues: the case of two byzantine style bindings", *Journal of Raman Spectroscopy* **43**, **9** (2012) 1260-1264.
- [28] A. CESARATTO, P. SICHEL, D. BERSANI, P.P. LOTTICI, A. MONTENERO, E. SALVIOLI-MARIANI E M. CATARSI: "Characterization of archeological glasses by micro-Raman spectroscopy", *Journal of Raman spectroscopy* **41** (2010) 1682.
- [29] P. RICCIARDI, PH. COLOMBAN, A. TOURNIÈ, M. MACCHIAROLA, N. AYED: "A non-invasive study of Roman Age mosaic glass tesserae by means of Raman spectroscopy", *Journal Archaeol. Sci.* **36** (2009) 2551.
- [30] PH. COLOMBAN, A. TOURNIÈ, P. RICCIARDI: "Raman spectroscopy of copper nanoparticle-containing glass matrices: ancient red stained-glass windows", *Journal of Raman Spectroscopy* **40** (2009) 1949.
- [31] A. LIPINSKY: *Oreficeria, argenteria e gioielleria nel tardo Impero e nell'alto Medioevo: La Diversarum artium schedula di Theophilus presbyter et monachus in XI Corso di cultura sull'arte ravennate e bizantina*, Ed. Ravenna Dante, (1962) 275-352.
- [32] PH. COLOMBAN, G. SAGON, X. FAUREL: "Differentiation of antique ceramics from the Raman spectra of their coloured glazes and paintings", *Journal of Raman Spectroscopy* **32** (2011) 351.
- [33] S. GREIFF, J. SCHUSTER: "Technological study of enamelling on Roman glass: The nature of opacifying, decolourizing and fining agents used with the glass beakers from Lübsow (Lubieszewo, Poland)", *Journal Cultural Heritage* **9** (2008) e27.
- [34] V. GEDZEVICIŪTĖ, N. WELTER, U. SCHUSSLER, C. WEISS: "Chemical composition and colouring agents of Roman mosaic and millefiori glass, studied by electron microprobe analysis and Raman microspectroscopy", *Archaeol. Anthropol. Sci.* **1** (2009) 15.
- [35] G. GUIDA, S. RIDOLFI: *Analisi di Fluorescenza X Dispersiva in energia(EDXRF) in Splendore Marciano. Il restauro della legatura già del codice LAT. III, 111 (=2116) della Biblioteca Nazionale Marciana di Venezia. Nova Charta Editori Venezia (2012)*
- [36] PH. COLOMBAN, H.D. SCHREIBER: "Raman signature modification induced by copper nanoparticles in silicate glass", *Journal of Raman Spectroscopy* **36** (2005) 884.
- [37] A. LIPINSKY: *Introduzione tecnica all'arte orafa bizantina, XI Corso di cultura sull'arte ravennate e bizantina*, Ed. Ravenna Dante, (1966), 255-332.
- [38] M. BOUCHARD, D. C. SMITH: "Evaluating Raman Microscopy for the non-destructive archaeometry of corroded coins: a powerful technique for conservation studies", *Asian Chem. Lett.* **5** (2001) 157.
- [39] J. I. LEE, S. M. HOWARD, J. J. KELLER, W. CROSS, K. N. HAR: "Electrochemical Interaction between Silver and Sulfur in Sodium Sulfide Solutions", *Metall Mater Trans B* **896** (2001) 32B.
- [40] <http://rruff.info/Chlorargyrite>
- [41] I. SHAFIR, L. NAGLI, A. KATZIR: "Raman spectroscopy of rare earth doped silver halide crystals", *Appl. Phys. Lett.* **94** (2009) 231907.
- [42] A. MOTTANA, A. GORGHINIAN, M. CESTELLI GUIDI, A. MARCELLI: *Esame gemmologico qualitativo in Splendore Marciano. Il restauro della legatura già del codice LAT. III, 111 (=2116) della Biblioteca Nazionale Marciana di Venezia. Nova Charta Editori Venezia (2012).*
- [43] T. GANETSOS: "Raman Spectroscopy as a Tool for Garnet Analysis and Investigation on Samples from Different Sources", *International Journal of Materials and Chemistry* **3** (2013) 1-5.
- [44] D. BERSANI, S. ANDÒ, P. VIGNOLA, G. MOLTIFIORI, I. MARINO, P.P. LOTTICI, V. DIELLA: "Micro-Raman spectroscopy as a routine tool for garnet analysis", *Spectrochim. Acta A: Mol. Biomol. Spectrosc.* **73** (2009) 484.

**Armida Sodo:** è attualmente ricercatrice a tempo determinato presso il dipartimento di Scienze dell'Università Roma Tre. Si è laureata in Chimica con il massimo dei voti. Ha ottenuto il dottorato di ricerca in Chimica-Fisica mettendo a punto un sistema portatile per spettroscopia Raman dedicato alle applicazioni sui Beni Culturali. Ha svolto un post-doc all'ESRF (European Synchrotron Radiation Facility), a Grenoble, Francia, sviluppando nuove linee di ricerca dedicate all'investigazione sui Beni Culturali. La sua attività scientifica riguarda principalmente la caratterizzazione chimico-fisica e lo studio dei processi di degradazione di materiali di interesse storico-artistico (pigmenti, coloranti, supporti di varia natura, gemme e pietre preziose,

vetri, smalti e ceramiche) mediante varie tecniche spettroscopiche e principalmente tramite spettroscopia Raman e spettroscopia neutronica. Si occupa, inoltre, di trasferimento tecnologico, in particolare dedicandosi alla messa a punto di sistemi Raman dedicati a disparate applicazioni (Beni Culturali, oftalmologia, etc.). È autrice di più di 40 pubblicazioni scientifiche su libri e riviste internazionali. Ha presentato le sue ricerche i suoi lavori in moltissimi incontri e conferenze in Italia e all'estero. Tiene corsi universitari e lezioni a master specialistici e presso scuole di restauro. È stata presidente, per tutta la durata di vita dell'associazione, dell'associazione JUMP- Joining University to Market and People, che si occupava di innovazione e trasferimento tecnologico tra università e imprese.

---

# Maxwell tra archeologia ed investigazioni forensi

**Carlotta Ferrara**

*Dipartimento di Matematica e Fisica, Università di Roma*

**Pier Matteo Barone**

*Archaeology and Classics Program, The American University of Rome*

---

**Questo contributo si propone da un lato di introdurre uno dei principali metodi di indagine geofisica non distruttiva, il georadar, dall'altro di delineare le potenzialità che possono derivare dal suo impiego per scoprire quali misteri, antichi e moderni, si celano nel sottosuolo.**

## Introduzione

Nel corso degli anni, lo studio delle metodologie di diagnostica e di conservazione nel campo dei beni culturali ha permesso di applicare materie prettamente scientifiche a materie di norma considerate umanistiche. Le sperimentazioni maturate hanno portato alla consapevolezza di quanto siano necessarie le basi scientifiche per la risoluzione di problemi conservativi e per le indagini preventive su materiali di elevato pregio storico-artistico-archeologico. Il patrimonio culturale, in genere, sia esso artistico o archeologico, è soggetto all'inesorabile legge del degrado che lo avvia costantemente verso un punto di non ritorno, o meglio verso la perdita della leggibilità del manufatto e verso, quindi, la non fruibilità dell'opera stessa. Nello specifico i beni archeologici giacciono nel sottosuolo per molti anni grazie ad un sottile equilibrio che si instaura tra l'opera e il terreno che la preserva. Le ricognizioni

di scavo nascono empiricamente dall'impulso di trovare testimonianze della presenza di persone, città o popoli antichi, e dalla voglia di studiarne il comportamento attraverso la lettura dei resti archeologici. La ricerca su campo è l'espressione dell'archeologia ed è il risultato di un *"romantico entusiasmo per un idoleggiato e sempre un po' misterioso passato, al quale accostarsi con l'avventura dell'esplorazione"* [1]. Fin dal Rinascimento non esisteva una metodologia di scavo delineata e organizzata per ottenere il miglior risultato di catalogazione e di studio; i reperti venivano spesso riusati e conservati al di fuori del loro contesto storico. Nei primi decenni del XIX secolo la scienza iniziò ad avere consapevolezza del valore dell'antichità in quanto tale e, proprio per questo valore, definì il metodo di scavo stratigrafico dominato da un principio semplice ed essenziale: nella struttura stratigrafica è racchiusa la quarta dimensione, il tempo. La sovrapposizione degli strati permette di leggere il trascorrere del tempo giacché propone una successione ordinata delle vicende di un sito che ne costituisce la storia. Il pioniere di questo metodo fu Pitt Rivers, un generale dell'esercito inglese che si dedicò alla ricerca archeologica tramite la ricognizione e la documentazione grafica e fotografica, ma la vera codifica dei principi dello scavo arrivò da parte di Edward Harris [2]. L'indagine stratigrafica ha rappresentato per l'archeologia la conquista più



importante in quanto ha reso possibile ricostruire la storia dell'uomo attraverso l'osservazione delle testimonianze nel loro contesto di deposizione [3].

La stratigrafia archeologica sostanzialmente segue il principio scientifico-geologico di formazione delle rocce sedimentarie dove gli agenti naturali, quali erosione e deposizione, determinano la sovrapposizione di vari elementi su rocce e terreni a ciclo continuo, così come l'uomo ha fatto tramite interventi artificiali sull'ambiente [4].

Ma cosa determina la necessità di iniziare un'indagine archeologica? Per un archeologo è essenziale impostare uno scavo in base alle varie fonti storiche sulla zona da investigare, ossia individuare un presunto luogo tramite lo studio critico e incrociato di tutte le informazioni rilevabili sul luogo stesso, siano esse storiche o legate a rinvenimenti più o meno casuali; ciò, tuttavia, richiede tempo e spesso comporta un margine d'errore piuttosto ampio. Da molti anni ormai, le ricognizioni preliminari allo scavo, sono affiancate dall'uso di tecnologie specifiche quali prospezioni geofisiche ed analisi di fotografie aeree e satellitari per permettere una valutazione preventiva di un sito con maggior precisione.

L'interesse principale, nel campo degli studi combinati tra geofisica e archeologia, si è rivolto, in particolare, alla metodologia geofisica nota come georadar (o, con il termine anglofono, Ground Penetrating Probing Radar - GPR). Questa tecnologia si è ormai affermata come una delle migliori e più versatili applicazioni geofisiche non solo in campo archeologico, ma anche in quello della diagnostica dei beni culturali. Di seguito, dopo una parte teorica, illustreremo le potenzialità di tale tecnica riportando alcune applicazioni in siti archeologici e non solo.

## Maxwell e il georadar

La teoria che sta alla base del georadar si sviluppa già nella seconda metà del XIX secolo: sono Maxwell e Hertz che ottengono le equazioni che descrivono la propagazione delle onde elettromagnetiche in un mezzo. La mancanza di supporti tecnologici adeguati ne limita lo sviluppo fino al principio del XX secolo quando si effettuano i primi esperimenti di questo tipo. Come metodo

di prospezione del terreno bisogna aspettare la metà del suddetto secolo, quando i primi esperimenti vengono realizzati con il ghiaccio polare. Durante la seconda parte dello stesso secolo, poi, con l'inarrestabile sviluppo dell'informatica e dei computer, il georadar ha i suoi anni di maggiore sviluppo ed ormai sono innumerevoli le ricerche che ogni anno si effettuano con questo strumento [5].

Le quattro equazioni di Maxwell (1867), che mettono in relazione i vettori di campo elettrico e magnetico con le proprie sorgenti, vengono riportate con le seguenti equazioni

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{M} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (4)$$

Le cosiddette equazioni costitutive mettono in relazione le intensità dei campi elettrici e magnetici,  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$ , con i vettori di spostamento elettrico ed induzione magnetica  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{B}$ , rispettivamente;  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{M}$ , sono i vettori di densità di corrente elettrica e magnetica,  $\rho$  è la densità di carica elettrica, e  $t$  è il tempo.

In un mezzo omogeneo ed isotropo, le equazioni costitutive assumono un'espressione semplice

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (7)$$

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (8)$$

mettendo in relazione queste grandezze mediante i quattro parametri elettromagnetici che descrivono le proprietà elettromagnetiche dei materiali e che possono caratterizzare un suolo o un terreno: la costante dielettrica  $\epsilon$ , la conduttività  $\sigma$ , la permeabilità magnetica  $\mu$  e la suscettività magnetica  $\chi$  (è necessario comunque notare che alcune tra loro sono inter-relazionate).

Tenendo conto che, nella maggior parte dei terreni, i fenomeni di polarizzazione dominano sui fenomeni di conduzione elettrica, e che nella realtà è insolito trovare suoli con caratteristiche magnetiche, possiamo concentrare la nostra at-



tenzione solo sul parametro  $\epsilon$ , il quale descrive la capacità di un materiale di polarizzarsi elettricamente in presenza di un campo elettrico esterno [6].

Tali proprietà sono intrinseche del metodo georadar che opera a frequenze che vanno dai pochi MHz ad alcuni GHz e la profondità di penetrazione dipende dalle proprietà elettriche del terreno. Esso produce un fascio di onde elettromagnetiche che viaggia attraverso il terreno ad una velocità

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sim \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (9)$$

che varia a seconda delle proprietà del terreno e della quantità di acqua presente [7]. L'ultima espressione della (9), nella quale appaiono,  $c$ , la velocità della luce ed  $\epsilon_r$ , la costante dielettrica del materiale, è valida nel caso di materiali che siano buoni dielettrici e le proprietà magnetiche siano vicine a quelle del vuoto ( $\mu = \mu_0$ ), ovvero la propagazione avviene essenzialmente senza dispersione.

La tecnica su cui si basa il georadar consiste nell'inviare impulsi elettromagnetici di breve durata (1-10 ns) ad alta frequenza (MHz o GHz) nel mezzo investigato. Immettendo delle onde elettromagnetiche in un mezzo non omogeneo si avranno i noti effetti di riflessione e rifrazione conosciuti in ottica. Ad ogni variazione di indice di rifrazione

$$n(\lambda) = \frac{c}{v(\lambda)} \quad (10)$$

legato alla lunghezza d'onda  $\lambda$  della radiazione, si avrà una riflessione parziale delle onde elettromagnetiche. Queste possono essere intercettate ed analizzate tramite apposite apparecchiature, di cui il georadar è fornito; esso infatti permette di acquisire delle forme d'onda, o tracce, sulle quali si può individuare la posizione sulla scala temporale (ascisse) e l'intensità (ordinate) degli impulsi riflessi o rifratti [8].

La posizione sulla scala temporale di un picco determina la distanza tra le antenne e l'oggetto che produce la diffusione. Nell'ipotesi che il mezzo investigato sia omogeneo, la velocità di propagazione  $v$  può essere considerata costante, cosicché la profondità del bersaglio viene calcolata come

$$P = \frac{t_b v}{2} \quad (11)$$

dove  $t_b$  è il tempo di andata ritorno del segnale

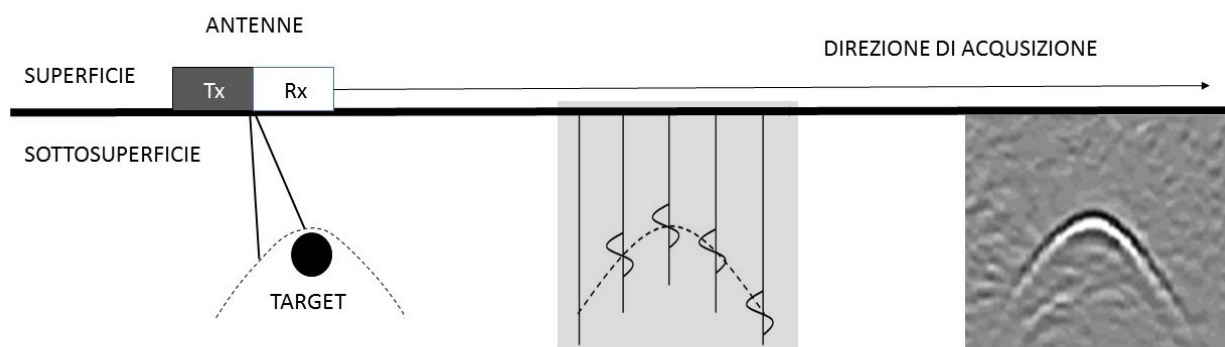
(TWT - Two Way Travel time). L'intensità della riflessione sarà influenzata sia dall'attenuazione che subiscono le onde, sia dal coefficiente di riflessione  $\mathcal{R}$ , che dipende principalmente dal contrasto tra le diverse proprietà dielettriche del un mezzo di propagazione, il terreno e l'oggetto investigato, oppure lo strato con proprietà fisiche diverse [9].

La strumentazione utilizzata per effettuare misure georadar è costituita da un'unità di controllo, che viene in genere collegata a due o più antenne. Essa contiene sia l'elettronica che genera l'impulso elettrico, che viene trasformato in oscillazione elettromagnetica nell'antenna trasmittente (Tx), sia la strumentazione atta a campionare e conservare i dati provenienti dall'antenna ricevente (Rx). Questo apparato viene spostato lungo la superficie del mezzo da indagare (che sia un terreno, un pavimento, un blocco di roccia, una parete, ecc.), lungo delle linee rette dette profili. Dalle misure si otterrà quindi un cosiddetto radargramma, ossia una ricostruzione bidimensionale del mezzo come se fosse visto a diverse radiofrequenze, frutto dell'involuppo delle singole tracce acquisite lungo il profilo che si sta investigando.

Su ogni traccia saranno individuabili le riflessioni che subisce il segnale, che possono essere dovute sia alla diversa stratificazione presente nel suolo, sia ad oggetti ben definiti. In entrambi i casi si ha una variazione dei parametri elettromagnetici, ma le riflessioni prodotte saranno diverse. Nel primo caso si otterrà un riflettore sub-orizzontale, mentre nel secondo si visualizzerà un'iperbole di riflessione. Questo è dovuto al fatto che man mano che il radar viene spostato orizzontalmente, il tempo di andata e ritorno del segnale diffuso dallo stesso riflettore ha un andamento prima decrescente, fino al vertice, quando le antenne sono sopra il bersaglio, e poi crescente (Figura 1).

Se si ipotizza che la distanza tra georadar ed oggetto diffusore sia molto più grande delle dimensioni di quest'ultimo, in modo da poter essere considerato puntiforme, sul piano  $(x, t)$  i punti dove si individua la riflessione seguiranno l'equazione

$$t = \frac{\sqrt{(x_b - x)^2 + P^2}}{v} \quad (12)$$



**Figura 1:** L'iperbole di riflessione, visibile in questa figura, deriva dalla riflessione del bersaglio intercettato. È da notare come solo l'apice dell'iperbole individui la corretta posizione dell'oggetto sepolto.

ossia

$$\frac{t^2}{P^2} - \frac{(x_b - x)^2}{P^2} = 1 \quad (13)$$

dove, come definito nelle precedenti equazioni,  $P$  è la profondità a cui è posto l'oggetto,  $v$  è la velocità di propagazione,  $x_b$  la posizione orizzontale del bersaglio sul profilo. Come si può vedere dalla seconda equazione, si ottiene un'iperbole con vertice in  $(x_b, t_b)$ , con  $t_b = P/v$ .

La maggiore differenza del GPR con i comuni radar che si usano in atmosfera è quella di avere una o più antenne direzionali: esse difatti sono schermate in modo tale da dare una direzione privilegiata alle onde emesse, ovvero quella del terreno. Tra le caratteristiche costruttive inoltre si deve anche tenere conto degli effetti di disturbo dovute alla vicinanza della sorgente delle onde EM con l'interfaccia aria e terreno [10].

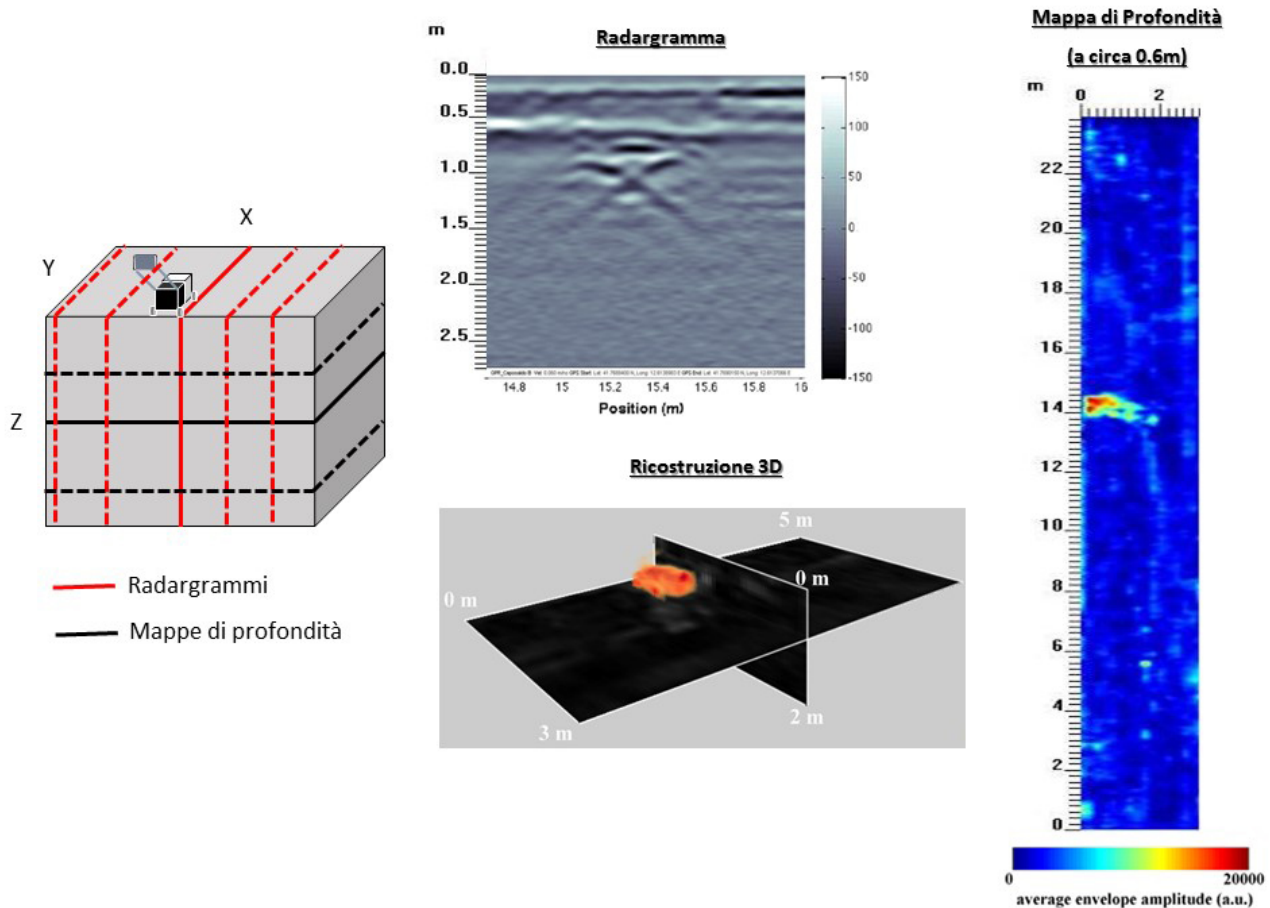
Le antenne che si adoperano hanno delle peculiarità che le distingue in base all'utilizzo che se ne deve fare. Si possono avere antenne sia in modalità monostatica che bistatica. Nella prima l'antenna incorpora Tx ed Rx in un'unica struttura, mentre nella modalità bistatica si hanno trasmettente e ricevente fisicamente separate. Con la prima configurazione si indaga di solito su aree più o meno vaste per capire la conformazione del sottosuolo, mentre la seconda, che ha una profondità minima di indagine più alta, viene utilizzata per avere informazioni più dettagliate su bersagli non superficiali. La modalità bistatica, inoltre, permette di indagare una singola zona sia con una semplice scansione (single folding) sia scansionando uno stesso punto da angolazioni diverse (multi folding). Nel secondo caso si

possono muovere le antenne Tx ed Rx della stessa distanza, a partire da un punto centrale (Common Mid-Point), oppure si può muovere solo la ricevente (Wide Angle Reflection and Refraction) [8].

La profondità e la risoluzione verticale che si possono ottenere sono direttamente dipendenti dalla frequenza a cui opera l'antenna. Ad una maggiore frequenza corrisponde una migliore risoluzione spaziale, ma anche una maggiore attenuazione delle onde, e quindi una profondità di indagine minore. La frequenza dipende dalle dimensioni dell'antenna da cui è stato generato l'impulso, e non è in ogni caso univoca. Lo spettro in frequenza degli impulsi generati è progettato per avere una forma gaussiana, centrata attorno alla frequenza centrale o dominante, ed una larghezza di banda il cui valore è confrontabile con quello della frequenza centrale.

La rappresentazione grafica dei dati georadar è un passo fondamentale per la comprensione e l'interpretazione dei risultati. La relazione finale di ogni indagine dovrebbe presentare i dati in maniera comprensibile sia per gli esperti del settore che per committenti non esperti, al fine di produrre interpretazioni solide e di facile apprendimento per tutti. Nella maggior parte dei casi, i report riportano radargrammi in differenti scale di colori ed i moderni software permettono una risoluzione visiva ed una definizione molto alte. Inoltre, se le acquisizioni hanno previsto profili paralleli all'interno di un griglia  $x,y$ , si possono ottenere e, quindi, visualizzare mappe (ovvero planimetrie) della zona investigata che rappresentano, a varie profondità, non solo geo-

## ANTENNA 500 MHz



**Figura 2:** La schematizzazione del volume di dati che acquisisce nel sottosuolo il georadar (a sinistra) con le tre tipiche rappresentazioni di una anomalia individuata: il radargramma (in alto), la mappa di profondità (a destra) e la ricostruzione 3D (in basso)

metrie degli oggetti sepolti ma anche le dimensioni, utilizzando normalmente un algoritmo di involuppo medio, noto anche come average envelope amplitude. Infine, se la qualità dei dati lo consente, è possibile produrre una rappresentazione dei dati in 3D. Questa rappresentazione è definita anche *pseudo* in quanto è il risultato di un modello di falsa sezione prospettica (o isosuperficie, *isosurface*), in cui viene stabilito un valore di soglia sulla base dell'algoritmo di involuppo medio. Tale metodo di elaborazione dei dati georadar è tenuto in grande considerazione grazie al fatto che permette di poter interpretare meglio le relazioni spaziali tra le anomalie (Figura 2) [11].

## Quando il georadar risolve enigmi antichi e moderni

Il georadar è un metodo che ben si adatta a diversi tipi di indagine in molteplici settori sia per la sua versatilità, sia per la sua maneggevolezza che per la sua rapidità di esecuzione. Tra le varie applicazioni del GPR, si riscontra l'utilizzo in molteplici campi dell'ingegneria civile, della geologia, delle scienze ambientali, forensi, agricole e forestali [12].

Lo sviluppo negli ultimi decenni di tale tecnica ha permesso un uso proficuo anche in ambito di beni culturali con particolare riguardo all'archeologia, indagini preventive, pianificazioni di scavi, ecc., ed alla diagnostica di edifici antichi per il miglioramento della loro protezione, conservazione e monitoraggio. Inoltre, il vantaggio di poter ottenere una risposta in termini di immagine del sottosuolo in tempo reale è la chiave





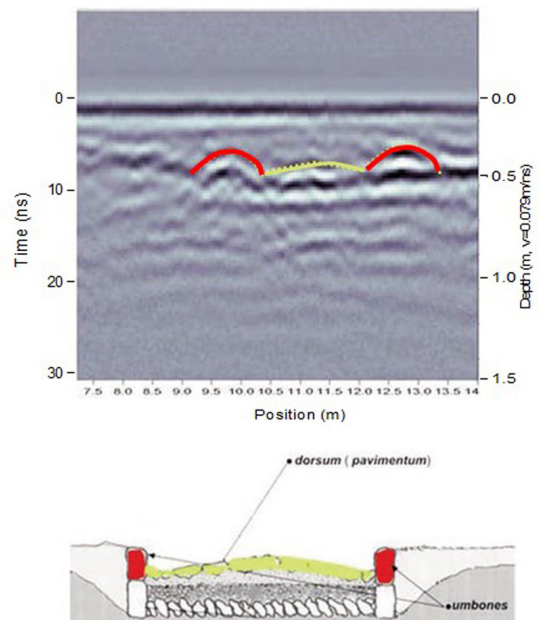
**Figura 3:** A sinistra è possibile notare come il radargramma e la mappa mettano ben in evidenza la presenza di un muro ad angolo retto alla profondità di circa 1.25 m (evidenziato in giallo); in alto, la posizione del muro (giallo tratteggiato) sulla superficie di acquisizione.

vincente in questo determinato ambito [13].

Per questo sono numerosi gli obiettivi archeologici sepolti che possono essere individuati dal georadar. I tre più importanti e rilevanti sono sicuramente le strutture murarie, le strade e le sepolture.

Le strutture murarie, sono evidentemente cruciali se si ricercano insediamenti e si vuole ricostruire la frequentazione di un paesaggio antico. La capacità risolutiva del GPR permette non solo di riportare in pianta con corretta orientazione tali strutture (siano esse parzialmente o interamente conservate), ma anche, e soprattutto, ricostruire, grazie alle mappe a differenti profondità, una cronologia relativa delle diverse unità murarie che si sono eventualmente succedute in un'area. In Figura 3, per esempio, è evidente come tale metodologia geofisica definisca con estrema precisione geometria e localizzazione nello spazio di un muro ad angolo retto di una chiesa paleocristiana (V secolo d.C. circa).

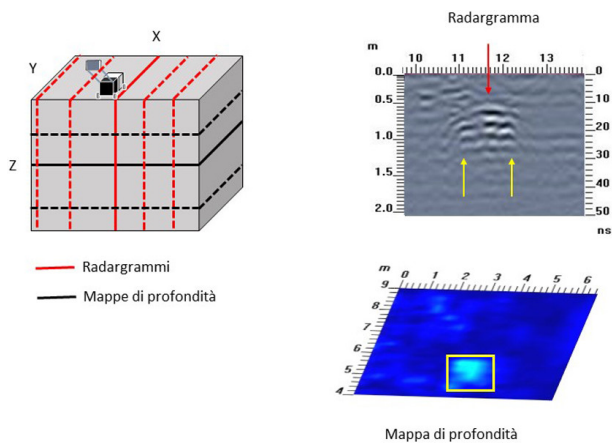
La seconda tipologia archeologica sepolta molto studiata nelle investigazioni georadar è l'individuazione delle antiche strade. In particolare, le strade basolate costruite dai Romani avevano una struttura ben precisa e pressoché comune. Elementi fondamentali erano i cosiddetti umbones



**Figura 4:** Le anomalie visibili sul radargramma (in alto) mostrano, ad una profondità di circa 0.35m, come le due iperboli (in rosso) ed il riflettore orizzontale (in giallo) possano essere facilmente correlate agli umbones (in rosso) ed al dorsum (in giallo) tipici della struttura della strada basolata romana (in basso).

ed il dorsum (o pavimentum), essi erano costituiti da basoli posti rispettivamente in verticale ed orizzontale. Tale conformazione, una volta obliterata dal tempo e dal suolo, risulta di facile determinazione mediante indagine GPR. Infatti, come si evince in Figura 4, il radargramma ci dà una serie di informazioni non solo in merito all'orientamento del profilo perpendicolarmente alla strada sepolta, ma anche, e soprattutto, alle caratteristiche intrinseche dello stesso bersaglio sepolto che ci permettono di interpretarlo come una strada romana. Difatti, i due eventi iperbolici presenti a destra e a sinistra della riflessione sub-orizzontale sono chiaramente riconducibili agli umbones ed al dorsum della strada sepolta. Ciò che, poi, rende la prospezione georadar molto peculiare è la possibilità di avere un'ottima risoluzione ed una elevata precisione nel determinare la profondità del bersaglio individuato nel sottosuolo.

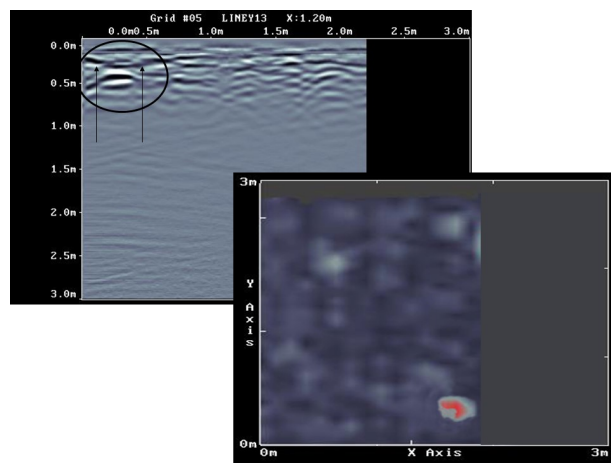
Lo studio delle capacità del georadar, non solo di individuare ma anche di definire in maniera univoca la presenza di sepolture non ancora riportate alla luce, è un altro aspetto da non sottovalutare in ambito archeologico, ma non solo.



**Figura 5:** Il volume di dati 3D prodotti dall'acquisizione di radargrammi paralleli (e relative mappe di profondità) permette di visualizzare, in questo caso, i resti di una sepoltura romana a circa 0.6 m di profondità. Nel radargramma, in particolare, si può vedere come le frecce gialle indicano iperboli legate al taglio effettuato nel suolo per ricavare la sepoltura; mentre la freccia rossa indica il riempimento successivo al taglio e con caratteristiche chimico-fisiche diverse dal terreno circostante.

Come la Figura 3, anche la Figura 5 mostra come radargrammi e mappe di profondità formano un volume di dati 3D (cfr. Figura 2) che può essere suddiviso ed analizzato anche in 2D. In particolare, il radargramma mette in evidenza l'esistenza nel sottosuolo di un'anomalia perpendicolare al piano di acquisizione dati, che presenta due elementi caratteristici di ogni sepoltura: il taglio della fossa ed il riempimento. Il taglio è un'operazione che una volta effettuata rimane indelebile nel tempo poiché va ad alterare in maniera decisiva e permanente la stratigrafia e le caratteristiche chimico-fisiche del terreno. Il riempimento, dal canto suo, svolge un ruolo fondamentale, in quanto, porta con sé una serie di informazioni che vanno dalla diversa compattazione del suolo alla presenza di materiali organici e inorganici all'interno.

È importante sottolineare come la capacità risolutiva di individuare sepolture in ambito archeologico abbia ancora più importanza se viene traslata in un contesto di indagini forensi moderne. Le investigazioni scientifiche sulla scena del crimine, infatti, hanno portato alla ribalta le doti del georadar per la localizzazione e l'individuazione di persone scomparse e sepolte nel terreno, e non solo. Recentemente, infatti, tale metodo è



**Figura 6:** Il radargramma (a sinistra) e la mappa di profondità (a destra) mostrano chiaramente come il georadar abbia individuato la presenza di una pistola sepolta a circa 0.40 m di profondità nel suolo. In particolare, se il radargramma mostra sia le anomalie esterne legate al taglio nel suolo per effettuare lo scavo (evidenziato dalle frecce), sia il riempimento costituito dal terreno di riporto e dalla pistola, la mappa di profondità, invece, permette una buona approssimazione della forma della pistola stessa.

stato testato per capire con quanta accuratezza potesse risolvere un oggetto, anche di piccole dimensioni, sepolto nel sottosuolo [14]. La Figura 6 mostra i risultati a seguito di un'indagine di investigazione scientifica alla ricerca di una pistola oblitterata clandestinamente a poca profondità nel terreno. Si nota come, nonostante l'oggetto fosse di piccole dimensioni, la risposta finale in termini di radargramma e mappa di profondità, permetta non solo la chiara localizzazione dell'oggetto, ma anche la sua geometria.

Sia che il georadar venga utilizzato per scopi culturali che per scopi legali, sicuramente è importante sottolineare come solo una corretta, esauriente ed esaustiva conoscenza della metodologia porti ad un'interpretazione ragionevole di ciò che si trova nel sottosuolo, svelando misteri ed enigmi, antichi e moderni, in tempo reale ed in maniera assolutamente non invasiva, non distruttiva e soprattutto rapida ed efficiente.

In conclusione, di certo Maxwell non si sarebbe mai aspettato che i suoi sforzi nello studio dell'elettromagnetismo avrebbero portato a risvolti così rilevanti e disparati. Ed è certamente grazie a lui che, oggi, uno strumento come il georadar permette un ausilio determinante nel conoscere meglio il nostro passato, antico e recente.





- [1] RANUCCIO BIANCHI BANDINELLI: *Introduzione all'archeologia*. Laterza, Bari (1976).
- [2] EDWARD. C. HARRIS: *Principi di stratigrafia archeologica*. Carocci, Roma (1983).
- [3] ANDREA CARANDINI: *Storie della Terra*. Laterza, Bari (1981).
- [4] PAUL GOLDBERG, RICHARD I. MACPHAIL: *Practical and theoretical Geoarchaeology*. Blackwell, Oxford (2009).
- [5] RICHARD P. FEYNMAN: *The Feynman Lectures on Physics: 2. II edition*, Addison Wesley, New York (2005).
- [6] MATTHEW N.O. SADIKU: *Elements of Electromagnetics*. 5th edition, Oxford University Press, Oxford (2010).
- [7] JAMES S. WALKER: *Physics*. Prentice Hall, Upper Side River, NJ, USA (2001).
- [8] PETER A. ANNAN: *Ground Penetrating Radar: principles, procedures and applications*. Sensors and Software, Elsevier Science, Amsterdam (2004).
- [9] HENRY M. JOL: *Ground Penetrating Radar: Theory and Applications*. Elsevier Science, Amsterdam (2009).
- [10] DAVID J. DANIELS: *Ground Penetrating Radar*. Peter Peregrinus Ltd., 2nd edition (2004).
- [11] PETER A. ANNAN: "Ground Penetrating Radar: Near Surface Geophysics", in *Near-Surface Geophysics, Society of Exploration Geophysicists (Ed. Donald Butler)* (2006) 357-438.
- [12] RAFFAELE PERSICO: *Introduction to Ground Penetrating Radar: Inverse Scattering and Data Processing*. Wiley-IEEE Press (2014).
- [13] ELENA PETTINELLI, PIER MATTEO BARONE, ANDREA DI MATTEO A., ELISABETTA MATTEI, SEBASTIAN E. LAURO: "Radio waves technique for non-destructive archaeological investigations", *Contemporary Physics* **52** (2011) 121-130.
- [14] PIER MATTEO BARONE, CARLOTTA FERRARA: *Lo studio integrato*, in "Geologia Forense. Introduzione alle geoscienze applicate alle indagini giudiziarie", Rosa Maria Di Maggio, Pier Matteo Barone, Elena Pettinelli, Elisabetta Mattei, Sebastian E. Lauro, Andrea Banchelli eds., Flaccovio Editore, (2013), 217-287.



**Carlotta Ferrara:** Laureata con lode in Fisica presso l'Università di Roma Tre, ha conseguito il titolo di Dottore di Ricerca in Geofisica presso l'Università di Bologna. Docente a contratto presso la sede di Cittaducale dell'Università della Tuscia per il corso di Matematica ed Elementi di Fisica, ha al suo attivo diverse attività di insegnamento e didattica integrativa per i corsi di Fisica Generale I e II presso l'Università di Roma Tre. Occupandosi di tematiche legate alla geofisica applicata all'ambiente, all'agricoltura, alle foreste, all'idrogeologia, alla archeologia ed al forense, con particolare riguardo al georadar, ha avuto modo di collaborare con diverse università ed enti di ricerca italiani e stranieri (come CNR, CRA, University of Waterloo - Canada, etc.). Ha al suo attivo diverse partecipazioni a convegni internazionali e numerose pubblicazioni inerenti le suddette tematiche su riviste nazionali ed internazionali.

**Pier Matteo Barone:** Adjunct Professor presso The American University of Rome, responsabile dell'Unità di Ricerca IGAG - CNR in un progetto FIRB 2012, ha al suo attivo varie campagne di prospezioni geofisiche e scavo archeologico in Italia ed all'estero. Si occupa di metodologia della ricerca archeologica, geoarcheologia, geoscienze forensi e geofisica applicata. Ha collaborato con numerose università e con vari centri di ricerca, italiani ed esteri. Come co - fondatore del team di esperti Geoscienze Forensi Italia - Forensic Geoscience Italy ®, ha al suo attivo collaborazioni anche con Carabinieri e Polizia di Stato sia in ambito investigativo che didattico. Organizzatore di vari seminari e convegni, ha partecipato a diverse conferenze nazionali ed internazionali, avendo al suo attivo più di 50 pubblicazioni peer-reviewed sulle suddette tematiche.



Numero V Anno 2015

Viaggio nella Scienza

# Ithaca

---

Gravitazione

---

